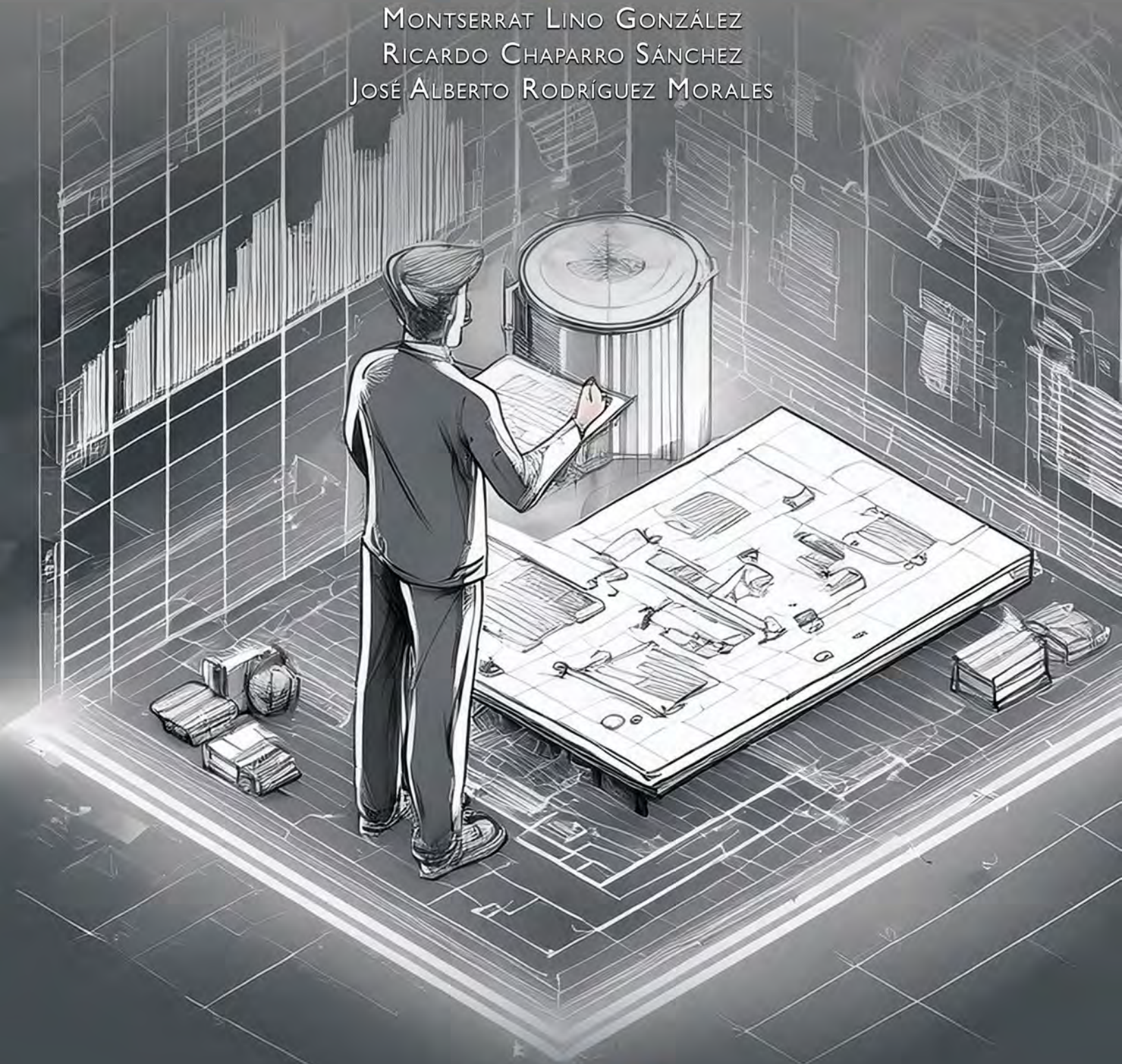


MODELO DE ENSEÑANZA DE ESTADÍSTICA EN INGENIERÍA APLICANDO TECNOLOGÍA EDUCATIVA

MONTSERRAT LINO GONZÁLEZ
RICARDO CHAPARRO SÁNCHEZ
JOSÉ ALBERTO RODRÍGUEZ MORALES



MODELO DE ENSEÑANZA DE ESTADÍSTICA EN INGENIERÍA APLICANDO TECNOLOGÍA EDUCATIVA

MONTserrat LINO GONZÁLEZ

RICARDO CHAPARRO SÁNCHEZ

JOSÉ ALBERTO RODRÍGUEZ MORALES

Transdigital
editorial

2025

Título original: Modelo de enseñanza de estadística en ingeniería aplicando tecnología educativa /

Montserrat Lino González, Ricardo Chaparro Sánchez y José Alberto Rodríguez Morales — Ciudad de Querétaro, México: Editorial Transdigital, 2025 — 107 páginas.

International Standard Book Number (ISBN): 978-970-96534-6-5.

Digital Object Identifier (DOI): <https://doi.org/10.56162/transdigitalb57>

Clasificación DEWEY. Materia: 370.7 - Estudio y enseñanza de la educación. Tipo de Contenido: Libros universitarios. Clasificación Thema: JN - Educación. Tipo de soporte: libro digital gratuito descargable. Formato: PDF. Tamaño: 3.9 Mb.



Este libro es una publicación de acceso abierto con los principios de Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC BY-NC-SA). Esta licencia permite a los reutilizadores distribuir, remezclar, adaptar y desarrollar el material en cualquier medio o formato únicamente con fines no comerciales y siempre que se otorgue la atribución al creador. Si remezcla, adapta o construye sobre el material, debe licenciar el material modificado bajo términos idénticos.

Esta obra ha sido dictaminada por pares académicos expertos con el método de doble ciego. Los dictámenes están resguardados en los archivos de la Editorial *Transdigital*.

D.R. 2025 Montserrat Lino González, Ricardo Chaparro Sánchez y José Alberto Rodríguez Morales.

D.R. 2025 Erika Mayela Gómez Tamayo (diseño de portada).

D.R. 2025 Sello Editorial Transdigital. Cuidado de la edición: Alexandro Escudero-Nahón.



Sociedad de Investigación sobre Estudios Digitales, S. C. Nombre de marca: *Transdigital*. Dirección: Circuito Altos Juriquilla 1132. Colonia Altos Juriquilla. C. P. 76230, Juriquilla, Querétaro, México. +52 (442) 301 32 38. aescudero@editorial-transdigital.org—www.editorial-transdigital.org

Redes sociales:



<https://www.linkedin.com/company/transdigital-mx/>

<https://twitter.com/TransdigitalMx>

<https://www.facebook.com/transdigital.mx/>

<https://www.instagram.com/transdigital.mx>

<https://www.youtube.com/@transdigitalmx>

<https://wa.me/message/PFGE567UBNMOE1>



Registro en el Padrón Nacional de Editores como agente editor Sociedad de Investigación sobre Estudios Digitales, S. C., con el Dígito Identificador 978-607-99594.



Afiliación a la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana (CANIEM) con el número 4069, de conformidad con el artículo 17 de la Ley de Cámaras Empresariales y sus Confederaciones en vigor.



Registro Nacional de Instituciones y Empresas Científicas y Tecnológicas de la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) de México con el folio: RENIECYT 2400068.

Sugerencia de referencia en APA 7a. edición:

Lino González, M., Chaparro Sánchez, R., y Rodríguez Morales, J. A. (2025). *Modelo de enseñanza de estadística en ingeniería aplicando tecnología educativa*. Editorial Transdigital. <https://doi.org/10.56162/transdigitalb57>

CONTENIDO

PRESENTACIÓN	8
INTRODUCCIÓN	11
<i>Probabilidad y estadística en la ingeniería</i>	12
<i>Las necesidades en el currículo</i>	14
<i>El contexto de la estadística inferencial</i>	14
<i>Tendencias en la enseñanza estadística</i>	15
ESTADO DEL ARTE	16
<i>Uso de tecnología educativa en la enseñanza de la estadística</i>	16
<i>Soluciones tecnológicas</i>	17
<i>Programación y estadística</i>	19
<i>Didáctica de la estadística</i>	20
<i>Consideraciones finales</i>	21
FUNDAMENTOS TEÓRICOS	22
<i>Modelo institucional</i>	22
<i>Enfoques pedagógicos de aprendizaje</i>	25
<i>Modelos de enseñanza</i>	29
<i>Diseño Instruccional</i>	35
<i>Tecnología educativa</i>	37
<i>Evaluación de procesos de implementación del modelo</i>	43
COMPONENTES DEL MODELO	48
<i>Análisis del currículo formativo</i>	50
<i>Contenido curricular (programa)</i>	52
<i>Diseño instruccional</i>	54
<i>Evaluación y retroalimentación del modelo</i>	61
<i>Implementación y seguimiento</i>	62
<i>Evaluación del aprendizaje y competencias</i>	63
<i>Impacto a mediano y largo plazo</i>	64
<i>Mecanismos de mejora continua</i>	65

CONTENIDO

CONCLUSIONES	66
REFERENCIAS	70
ANEXOS	78
<i>Anexo 1. Programa académico</i>	78
<i>Anexo 2. Materiales y actividades de la unidad 3</i>	86
SEMBLANZAS	104

FIGURAS

FIGURA 1. <i>Fundamentos del modelo de enseñanza</i>	16
FIGURA 2. <i>Teoría que soporta el modelo de enseñanza</i>	22
FIGURA 3. <i>Enfoques pedagógicos que soportan el modelo</i>	25
FIGURA 4. <i>Modelos de aprendizaje que soportan el modelo</i>	30
FIGURA 5. <i>Modelo de diseño instruccional</i>	36
FIGURA 6. <i>Fases del modelo de diseño instruccional ADDIE</i>	36
FIGURA 7. <i>Tecnología educativa aplicada en el modelo</i>	38
FIGURA 8. <i>Evaluaciones previstas en el modelo</i>	44
FIGURA 9. <i>Modelo de enseñanza de la estadística aplicando tecnología educativa</i>	49
FIGURA 10. <i>Nivel cognitivo de competencias estadísticas</i>	50
FIGURA 11. <i>Relación teoría – práctica en el programa</i>	53
FIGURA 12. <i>Insumos para el Desarrollo en el diseño instruccional</i>	58
FIGURA 13. <i>El Desarrollo en el diseño instruccional</i>	59

TABLAS

TABLA 1. <i>Ubicación en el currículum y nombre de la materia, según carrera</i>	13
TABLA 2. <i>Contenido temático</i>	52
TABLA 3. <i>Propuesta bibliográfica por orden temático</i>	54
TABLA 4. <i>Modelo para realizar el análisis en ADDIE</i>	55
TABLA 5. <i>Formato para realizar el análisis en ADDIE</i>	56
TABLA 6. <i>Fase de Diseño en ADDIE</i>	57
TABLA 7. <i>Formato de la fase de Diseño en ADDIE</i>	58

PRESENTACIÓN

El uso de métodos estadísticos se ha generalizado en áreas como el comercio, la industria, el gobierno, la educación, la investigación, la milicia, la salud, entre otras. Esto permite entender que el estudio de la estadística, a nivel profesional, forma parte de una diversidad de programas académicos de licenciatura y posgrado, aunque no siempre se tiene una idea clara del papel que desempeña la estadística como materia de estudio en esos programas.

En este sentido, es importante entender que la estadística no es meramente una materia que ofrece asistencia metodológica a otras áreas de conocimiento, lo que, de acuerdo con Brown y Kass (2009, p. 106), la posicionaría como una disciplina *subsidiaria*. En su lugar, la estadística debe verse como una disciplina que, junto con esas áreas de conocimiento, contribuye a la solución de problemas complejos y toma de decisiones.

La American Statistical Association ([ASA], 2016) emitió seis recomendaciones expuestas en el reporte Recomendaciones para la Evaluación e Instrucción en la Educación Estadística (GAISE, por sus siglas en inglés). Estas recomendaciones nos informan el qué (recomendaciones 1 y 2) y cómo (recomendaciones 3-6) enseñar estadística en los cursos básicos, introductorios, intermedios y avanzados: (1) enseñar el pensamiento estadístico, (2) enfocarse en la comprensión de conceptos, (3) realizar la integración de datos reales con un contexto y propósito real, (4) fomentar el aprendizaje activo, (5) utilizar la tecnología para explorar conceptos y análisis de datos, y (6) utilizar evaluaciones que mejoren y valoren el aprendizaje de los alumnos.

De acuerdo con la ASA (2016), la implementación, por parte de los profesores, de estas recomendaciones en cursos introductorios de estadística en la educación superior permitirá lograr metas como: 1) formar estudiantes críticos de información basada en resultados estadísticos; 2) identificar a la estadística como una disciplina que genera conocimiento mediante el proceso investigativo para resolver un problema de la vida real; 3) producir e interpretar resúmenes numéricos, gráficos y reportes de programas estadísticos; 4) reconocer y explicar el rol de la variabilidad y aleatoriedad en estudios de investigación; 5) comprender la inferencia estadística; y, 6) entender las cuestiones éticas en la práctica estadística.

Las unidades de aprendizaje de este libro son una guía para la elaboración de un curso de estadística en ingeniería usando tecnología educativa. El contenido tiene el objetivo de

motivar y promover el interés para la enseñanza de la estadística en el ámbito de la educación superior, integrando tecnologías educativas que faciliten el aprendizaje, la comprensión y la aplicación de conceptos estadísticos.

Esto servirá para promover discusiones que permitan un intercambio de ideas para avanzar en el desarrollo de estrategias para el aprendizaje de la estadística. Este libro está dirigido a profesores de nivel superior y de estudios de posgrados que estén relacionados a la estadística con la educación en tecnología educativa, en general. El texto consta de cuatro capítulos, los cuales se describen a continuación de manera general.

En la *Introducción* se describe y explica cómo fomentar el pensamiento estadístico en los estudiantes para que les permita hacer la transferencia de los aprendizajes de la asignatura a su vida profesional e incida en la toma de decisiones en ambientes de incertidumbre. También se mencionan los alcances y limitaciones de la asignatura de probabilidad y estadística que se imparten en las carreras de ingeniería. Para el desarrollo de este material se consideró el caso de estudio de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ), México, donde la materia de probabilidad y estadística se imparte en el primer semestre de las carreras de ingeniería. También define que el currículo, como el conjunto de reglas, parámetros y procesos, interviene en la formación de los estudiantes en un plan de estudios.

En el *Estado del arte* se describe y presentan los resultados de la revisión exhaustiva de la literatura científica entre 2010 y 2024, utilizando fuentes confiables y actualizadas. Esto incluyó artículos científicos y otros documentos relevantes disponibles en tres bases de datos. La revisión sistemática incluyó la tecnología educativa y analizó cómo ésta se ha integrado para la enseñanza de la estadística, con el fin de facilitar el aprendizaje interactivo. Además, se analizó si esas estrategias de enseñanza son accesibles para que los estudiantes puedan aprender a su ritmo, promueven el fácil acceso a los materiales educativos así como a las soluciones tecnológicas, y al proceso de programación en la estadística, que son partes fundamentales del texto.

Los *Fundamentos teóricos* se centran en el modelo de enseñanza. Se aborda la teoría constructivista y se explica por qué está centrado en el alumno. El modelo educativo institucional siempre se considera como guía primordial y fundamental. En la misma secuencia jerárquica se consideran los modelos de enseñanza vigentes, las diferentes teorías

del aprendizaje que dan soporte al modelo, así como la tecnología educativa aplicable y el diseño instruccional que se usará para su aplicación.

En *Componentes del modelo* se describe que el modelo de enseñanza propuesto tiene una estructura para que el aprendizaje de la probabilidad y estadística a nivel universitario, bajo el enfoque constructivista, fomente la participación activa del estudiante convirtiéndolo en protagonista y cocreador de su propio conocimiento bajo la guía y retroalimentación oportuna y continua del docente. Por su parte, el enfoque conectivista genera estrategias que permiten conectar los conocimientos de los estudiantes para incrementar la problematización y los ejemplos. La conjunción de ambos enfoques tiene la capacidad de mejorar la enseñanza al mejorar la comprensión y retención de información, fomentar la participación, personalizar el aprendizaje, garantizar el acceso y la flexibilidad, lo que potencia el aprendizaje significativo, fomenta la autonomía y motivación de los estudiantes y les proporciona habilidades que demanda la sociedad digital actual. Respecto a la Implementación y seguimiento se aborda la capacitación docente y constante en el uso de tecnologías educativas: la evaluación, la recopilación de datos y el análisis de resultados, el fomento de la colaboración entre instituciones para compartir recursos y experiencias. Esto permitirá que estas herramientas sean de fácil comprensión y entendimiento para el aprendizaje.

Finalmente, en el capítulo de *Conclusiones* se manifiesta que el modelo de enseñanza de la estadística en educación superior y el uso de tecnología educativa tienen como meta principal desarrollar competencias estadísticas clave en los estudiantes.

INTRODUCCIÓN

El objetivo de este modelo es proporcionar un marco estructurado para la enseñanza de la estadística en el ámbito de la educación superior, integrando tecnologías educativas que faciliten el aprendizaje, la comprensión y la aplicación de conceptos estadísticos.

En las ingenierías, se requiere fomentar el pensamiento estadístico en los estudiantes para que puedan hacer la transferencia de los aprendizajes de la asignatura a su vida profesional e incida en la toma de decisiones en ambientes de incertidumbre. En su vida profesional, el ingeniero realiza cambios deliberados o intencionados en las variables controlables del sistema o proceso, observa los datos de salida del sistema y hace una inferencia o decisión sobre qué variables son responsables de los cambios observados en el desempeño de la salida. Se necesitan experimentos diseñados con principios básicos como la aleatorización para establecer relaciones de causa y efecto.

El pensamiento estadístico y los métodos estadísticos son esenciales para la planificación, realización y análisis de los datos de experimentos de ingeniería. Los experimentos diseñados juegan un papel muy importante en el diseño de ingeniería y desarrollo, y en la mejora de los procesos de fabricación.

Las investigaciones científicas sobre cómo aprenden estadística los estudiantes universitarios se han centrado en una actividad o intervención particular del uso de alguna herramienta tecnológica o un método de enseñanza, pero pocas abordan el razonamiento en la estadística inferencial y los conocimientos significativos que pueden hacer de la disciplina una enseñanza útil en la formación profesional.

Las tendencias actuales de la alfabetización estadística a nivel universitario forman profesionistas activos y críticos de la sociedad informatizada, las cuales son motivo de muchas investigaciones en todo el mundo, respecto: al contenido curricular con fuerte sinergia entre contenido, pedagogía y tecnología; a la necesidad de reentrenamiento y aprendizaje permanente de los docentes; a las prácticas en el aula; al formato del curso; a los procesos de enseñanza-aprendizaje; a la explotación de herramientas estadísticas y manipulativas haciendo uso de los avances de la tecnología que desarrollen las capacidades metacognitivas de los estudiantes; es decir, el conocimiento sobre sus propios procesos de pensamiento, su autorregulación y su control (Nikiforidou et al., 2010).

Pocos estudios experimentales han evaluado los efectos del uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en el aprendizaje de la estadística. Sin embargo, algunos de ellos concluyen que es posible evaluar formalmente el efecto del aprendizaje de una herramienta innovadora; que la realización de pruebas en formato electrónico tiene un efecto directo en el aprendizaje de operaciones numéricas relacionadas con la estadística; y sugirieron explorar otros efectos sobre niveles cognitivos más altos (González et al., 2010).

La investigación sobre el desarrollo del razonamiento científico y las habilidades argumentativas (SRA, por sus siglas en inglés), consideradas parte de la alfabetización estadística en estudiantes de educación superior, es rara e inconsistente. Sin embargo, un estudio mostró que la calidad del material instructivo es decisivo para la construcción del conocimiento argumentativo basado en procesos de razonamiento y mostró que el desempeño en estadística y argumentación se puede mejorar con la elaboración dentro de un entorno de aprendizaje electrónico basado en problema. Se concluyó que la SRA puede fomentarse con éxito en actividades de aprendizaje continuo, constructivo e interactivo a lo largo de programas de estudio universitario (Berndt et al., 2021).

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA EN LA INGENIERÍA

Es importante provocar en el lector una reflexión sobre los alcances y limitaciones de la asignatura de probabilidad y estadística que se imparten en carreras de ingeniería. Se consideró a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ), México, donde la materia de probabilidad y estadística se imparte en el primer semestre de las carreras de ingeniería.

El objetivo de dicho estudio fue determinar las competencias disciplinares esperadas en los estudiantes al finalizar el curso para cumplir con los objetivos establecidos en el programa curricular. Las carreras de ingeniería de la UAQ son programas acreditados y cuentan con el sustento disciplinar y de desarrollo profesional e integral de su currículo formativo. Se considera que este estudio sería un buen ejemplo para generalizar.

La Facultad de Ingeniería de la UAQ está conformada por 13 carreras, de las cuales nueve son ingenierías (Tabla 1). En siete ingenierías se imparte la asignatura de Probabilidad y Estadística en el primer semestre como parte de las ciencias básicas; todas llevan el mismo programa curricular. No obstante, en cada caso los docentes suelen usar bibliografía, actividades y proyectos relacionados con el perfil de cada carrera. Dichas ingenierías son:

Automatización, Biomédica, Civil, Electromecánica, Industrial y de Manufactura, Mecánica Automotriz y Nanotecnología.

Tabla 1

Ubicación en el currículum y nombre de la materia, según carrera

No.	Carrera	Materia	Semestre
1	Automatización	Probabilidad y estadística	1
2	Civil	Probabilidad y estadística	1
3	Industrial y manufactura	Probabilidad y estadística	1
4	Mecánica automotriz	Probabilidad y estadística	1
5	Física	Análisis de sistemas probabilísticos	5
		Física estadística	6
6	Agroindustrial	Estadística	3
		Diseño de experimentos	4
7	Electromecánica	Probabilidad y estadística	1
8	Nanotecnología	Probabilidad y estadística	1
9	Biomédica	Probabilidad y estadística	1
10	Matemáticas aplicadas	Probabilidad	4
		Estadística	5
11	Diseño Industrial	Estadística para diseño	8
12	Arquitectura	No	X
13	Animación digital	No	X

Al analizar la currícula, se identificaron las competencias y objetivos de los planes de estudios donde la materia de Probabilidad y Estadística está inmersa: identificar, planear y/o desarrollar procedimientos experimentales o tener la habilidad de desarrollar experimentos e interpretar sus resultados, capacidad de participar en procesos de investigación, diseño, análisis y simulación; evaluar, mejorar y controlar sistemas y procesos; construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos variacionales; y, tener la capacidad de analizar, explicar e interpretar los resultados y argumentar la solución obtenida de un problema (UAQ, 2023a; 2023b; 2023c; 2023d; 2023e; 2023f; 2023g).

LAS NECESIDADES EN EL CURRÍCULO

Entendiendo el currículo como el conjunto de reglas, parámetros y procesos que intervienen en la formación de los estudiantes en un plan de estudios, antes de desarrollar el modelo de enseñanza, se integrará el análisis que implica la relación del modelo con el plan de estudios: cómo los objetivos individuales de la materia impactan en lo global, así como la descripción detallada de los aspectos educativos y teorías pedagógicas que se integran en la formación de los ingenieros. Al finalizar el modelo, se integrarán elementos de enseñanza.

Según Arnaz (1981, como se cita en Díaz-Barriga et al., 2016), el currículo es un plan que norma y conduce el proceso de enseñanza-aprendizaje en una institución educativa y tiene cuatro elementos: 1) objetivos; 2) plan de estudios; 3) cartas descriptivas; y, 4) sistemas de evaluación. Para Díaz-Barriga et al. (2016), el currículo resulta del análisis del contexto del educando y los recursos, así como la definición de fines y objetivos, en los que debe analizarse sus facetas internas -aspectos educativos y teorías psicológicas- como su efecto social, político y económico en sus diferentes alcances.

Existen muchas definiciones de currículum que han ocasionado que otros conceptos, como programa y plan de estudios, sean considerados sus sinónimos, cuando realmente son elementos que lo componen. Es el currículo el que le da dirección a la enseñanza. En la realidad y cotidianidad del aula hay un distanciamiento entre el currículo oficial y la práctica educativa, la cual recibe el nombre de currículo oculto; surge al intentar conciliar las necesidades y características entre los docentes y los estudiantes (Jackson, 1968, como se cita en Díaz-Barriga et al., 2016).

EL CONTEXTO DE LA ESTADÍSTICA INFERENCIAL

Se han observado que estos problemas deben atenderse, en el contexto de la enseñanza de la estadística inferencial:

- No siempre se incorpora la enseñanza de la estadística en los niveles básicos.
- Al abordar el tema de inferencia estadística se suprimen actividades prácticas y se parte de demostraciones o razonamientos.
- El tiempo asignado es reducido y hace que los estudiantes sólo consigan un aprendizaje memorístico, que no aplican en su vida profesional (Batanero, 2013).

-
- Hay una ausencia de los conceptos *variabilidad*, *variable* y *aleatoriedad*; no se vincula la estadística con la probabilidad, lo que necesario para la conexión con la estadística inferencial (Estrella et al., 2015).

TENDENCIAS EN LA ENSEÑANZA ESTADÍSTICA

Las investigaciones en didáctica de la estadística sugieren el análisis de datos reales basados en investigaciones y proyectos secuenciados de casos prácticos que incluyen conocimientos estratégicos. Deben ser elegidos por los estudiantes sobre temas de su interés que aumenten su motivación e iniciativa personal para lograr aprendizajes significativos, debido a una mayor implicación del estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje al dotar de sentido los objetos estadísticos permitiéndoles un razonamiento estadístico crítico (Batanero, 2013).

La falta de homogeneidad de conocimientos en estadística de los estudiantes dificulta la labor del docente, pues aun usando las técnicas más modernas de aprendizaje, como el trabajo de proyectos y aprendizaje basado en problemas, no hay garantía que todos los estudiantes logren un aprendizaje significativo de la estadística. Las nuevas generaciones de estudiantes utilizan diariamente las computadoras, por ello se necesita un nuevo tipo de educación que se traduzca en un replanteamiento de contenido, forma y duración (Rotzén, 2006, como se cita en Rodríguez et al., 2010)

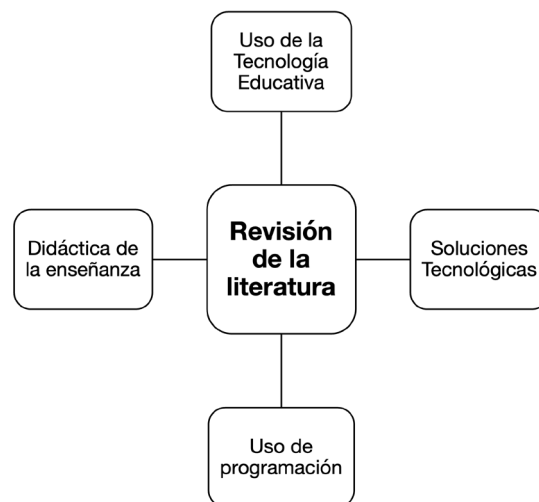
Estudios centrados en el razonamiento de los estudiantes sobre los datos y el azar muestran que las secuencias de actividades metódicamente diseñadas, junto con herramientas tecnológicas apropiadas, ayudan a mejorar el razonamiento y comprensión de los estudiantes (Ben-Zvi, 2000, como se cita en Garfield & Ben-Zvi, 2014). De lo anterior, se propone el uso de la tecnología educativa para lograr aprendizajes de la estadística inferencial que los estudiantes universitarios puedan ocupar en su vida profesional y personal porque han podido comprender su utilidad práctica y posibilidades de aplicación.

ESTADO DEL ARTE

A continuación, se presentan los resultados de la revisión exhaustiva de la literatura disponible publicada entre 2010 y 2024 en fuentes confiables. Esto incluyó artículos científicos y otros documentos relevantes dispuestos en tres bases de datos (Lino González y Chaparro Sánchez, 2022). La revisión destacó las fortalezas y debilidades de los estudios existentes, así como las áreas que requieren más investigación. Al final, se obtuvo un estado del arte que ofrece una visión clara y comprensiva del panorama actual del tema, considerando el uso de la tecnología educativa, las soluciones tecnológicas, la didáctica de la enseñanza y el uso de programación (Figura 1).

Figura 1

Fundamentos del modelo de enseñanza



USO DE TECNOLOGÍA EDUCATIVA EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

En el transcurso del tiempo, las universidades y otras instituciones educativas, han integrado tecnología para la enseñanza de la estadística, facilitando el aprendizaje interactivo y accesible que permite a los estudiantes aprender a su propio ritmo y acceder a los materiales educativos desde cualquier lugar. Hoy en día se menciona que, más allá de la tecnología, se requiere una acción coordinada entre el modelo de enseñanza y las acciones de aprendizaje asociadas al uso de tecnología, que se denomina como tecnología educativa (TE).

Las publicaciones académicas relacionadas al uso de la TE investigaron su influencia en la educación estadística; analizaron si se mejora la comprensión de conceptos estadísticos, a la vez que se motiva a los estudiantes a aprender la estadística, y si dicha motivación fomenta la participación en los estudiantes.

Al-Matar (2015) menciona que los estudiantes hacen uso de tecnología móvil para mejorar su comprensión estadística porque simplifica los cálculos y aumenta su interés en el tema, lo que tendría un impacto positivo en sus calificaciones. También sugiere que las actitudes positivas hacia la estadística pueden mejorar el aprendizaje. Sin embargo, los resultados indicaron que el desempeño de los estudiantes no estaba relacionado con la aceptación, satisfacción y absorción cognitiva, ya que algunos estudiantes no experimentaron mejoras significativas en la alfabetización estadística después de usar tecnología, a pesar de haber tenido un fuerte involucramiento tecnológico. Destaca como un resultado importante que el problema tiene que ver más con la metodología empleada por el docente, que está más centrada en los cálculos y no tanto en obtener una alfabetización estadística, aunado a que la motivación de los docentes a los estudiantes por la materia solo se hace con mayor énfasis al inicio del curso y no se mantiene durante todo el curso.

Por otro lado, Pinzón Triana et al. (2015) sugieren que la TE transforma las prácticas educativas al desarrollar el pensamiento complejo y aumentar el interés de los estudiantes a nuevos conocimientos. Mencionan también que la TE, en particular los recursos educativos abiertos (REA), son herramientas que favorecen el razonamiento estadístico, al permitir ilustraciones visuales e interactivas que facilitan la exploración de datos permitiendo maximizar los objetivos didácticos en la enseñanza de la probabilidad y la estadística. Finalmente, resaltan la importancia de incorporar herramientas educativas innovadoras, particularmente de probabilidad.

SOLUCIONES TECNOLÓGICAS

Albert Huerta et al. (2016) proponen integrar la inferencia estadística en el currículo. Resaltan, sobre todo, la necesidad de tomar decisiones basadas en evidencia empírica y que las actividades didácticas permitan a los estudiantes resolver problemas de su vida cotidiana, que se fomente la discusión y reflexión sobre la producción de investigación y la innovación en el aula.

Hay autores que hacen énfasis en el análisis interactivo de los datos y en fomentar el desarrollo de ideas estadísticas centrales en lugar de solo enseñar herramientas y técnicas. El caso presentado por Inzunza (2016) hizo uso de datos reales junto con actividades motivadoras, porque incluían videos y diapositivas elaboradas por el docente; permitieron el enfoque a conceptos clave, con lo que se favoreció el interés de los estudiantes en hacer y probar sus propias hipótesis.

En el estudio presentado por Kazak et al. (2016), se explora cómo estudiantes de 11 años desarrollaron su comprensión de las distribuciones de probabilidad binomial mediante el uso del software *TinkerPlots*, por medio de una simulación de saltos de conejos e interacciones del grupo. La ejecución reiterada, el aumento de repeticiones de las simulaciones, las discusiones dialógicas entre pares y la comparación de los resultados de sus predicciones fortalecieron las expectativas de sus resultados. Eso les ayudó a expresar total confianza en sus predicciones con respecto a la distribución de saltos aleatorios de conejos, comprobándolo al aumentar el número de pruebas de simulación, lo que les permitió pasar del razonamiento intuitivo influenciado por la heurística, a hacer predicciones basadas en datos. Además, facilitó el desarrollo de razonamiento inferencial informal, permitiéndoles expresar sus ideas intuitivas sobre probabilidad y hacer inferencias sobre distribuciones de probabilidad a partir de datos simulados.

El siguiente año, Kazak y Pratt (2017) mencionaron que *TinkerPlots* permitió implementar un enfoque de modelado en la enseñanza de temas de datos y probabilidad, y ejecutar simulaciones por computadora. Eso ayudó a coordinar el análisis combinatorio y el uso de datos como evidencia en sus predicciones, lo que favorece el razonamiento estadístico. Sin embargo, los futuros docentes deben tener fuerte conocimiento del contenido disciplinar, aunado a estrategias didácticas de enseñanza específicas y un uso efectivo de herramientas tecnológicas para facilitar la comprensión de estos temas a sus estudiantes.

De acuerdo con lo descrito en Inzunza e Islas (2019), una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) tiene tres componentes: el objetivo de aprendizaje, las tareas matemáticas que se usarán para promover el aprendizaje y las hipótesis sobre el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Para planear un THA se requiere: 1) identificar los conceptos importantes para el razonamiento inferencial; 2) diseñar las tareas para promover el aprendizaje, lo que requiere un análisis profundo de las relaciones entre los conceptos; y, 3) el conocimiento del docente tanto del contenido estadístico como de las potencialidades de la tecnología que se empleará.

La tecnología permite un enfoque altamente visual, además de automatizar los cálculos y gráficas. Y es una herramienta valiosa para presentar las ideas de la inferencia estadística dejando de lado la enseñanza tradicional, que se enfoca en el desarrollo de habilidades matemáticas, uso de fórmulas y procedimientos, que al final no conllevan al estudiante a obtener un pensamiento estadístico. Sus hallazgos indican que, si bien unos conceptos se entienden bien, otros siguen siendo difíciles, lo que resalta la necesidad de mejorar las metodologías de enseñanza para facilitar la educación estadística.

En conjunto, se pudo detectar el uso de diferentes plataformas de software dinámicos, como *GeoGebra*, *Fathom*, *Tinkerplots* y la biblioteca *D3.js*. Permiten un análisis interactivo de los datos y sirven de apoyo a los estudiantes en la comprensión de conceptos fundamentales y abstractos. Al experimentar con el software de manera tangible comprenden lo que pasa con la información, lo que puede reorganizar su mente, provocando cambios estructurales en el sistema cognitivo a través de la visualización de patrones y la organización de representaciones de datos. Sin embargo, el uso de tecnología sin una buena planeación de estrategias didácticas y metodologías que fomenten un ambiente de aprendizaje activo y significativo, no logra que el estudiante adquiera un pensamiento estadístico. La aplicación de un curso completo requiere evaluaciones continuas para monitorear si se están logrando los objetivos propuestos y el desarrollo del pensamiento estadístico.

PROGRAMACIÓN Y ESTADÍSTICA

En la actualidad, las áreas de programación y estadística se entrelazan de forma crucial para optimizar y desarrollar cálculos, para aplicar cálculos complejos, redes neuronales y sistemas inteligentes. El manejo de grandes estructuras de datos se ha logrado gracias a plataformas de programación como *R*, *Python* o *Matlab*. Dichas plataformas ofrecen el manejo básico de estadística hasta la relación con conceptos que pueden ser entendidos gracias a la estadística. Además, la programación permite cultivar el pensamiento crítico y analítico, pues permite que los estudiantes diseñen sus propios experimentos y simulaciones. Con ello se contribuye al desarrollo de habilidades enfocadas a actividades como la investigación, o bien, a la aplicación profesional de soluciones en el campo de la estadística.

Cuevas et al. (2019), presentaron el análisis de las preferencias de estudiantes de ingeniería sobre los lenguajes de programación *R* y *Python* para hacer un análisis estadístico. Encontraron que el 67.2% prefirió usar *Markdown* con *Python* para informes reproducibles; *R* fue valorado por su potencia gráfica y lo eligieron para análisis exploratorios, con una

importante diferencia de preferencias entre géneros. Mencionan que la combinación de estadística y computación es importante en la formación profesional porque permite responder a interrogantes de investigación que no pueden ser abordadas solo con experimentos o teorías. No obstante, la mera existencia de datos y tecnología no garantiza el logro de los aprendizajes. Concluyen que ambos lenguajes tienen ventajas significativas en la enseñanza de la estadística, por lo que sugieren investigar métodos pedagógicos que integren estos lenguajes para generar prácticas diferentes a las que han dominado la educación en los últimos treinta años, en las que el aprendizaje basado en retos ofrece ventajas en la educación.

De acuerdo con esto, es posible considerar que tomar un curso de *R* y *Python*, posterior al curso de estadística, favorecería los aprendizajes y reforzaría los conceptos y elementos generados en probabilidad y estadística, ya que el tiempo en un semestre normal no es suficiente para cubrir el programa curricular de estadística; hay muchos temas que no se ven a profundidad e incluso hay otros que no se abordan.

Didáctica de la Estadística

Las actividades del docente de estadística deberían establecerse como el conjunto de estrategias, métodos y recursos pedagógicos que facilitan la comprensión y el aprendizaje de conceptos estadísticos. Serán, por tanto, todas aquellas habilidades, conocimientos y estrategias que permita al docente adaptar los contenidos y las técnicas de enseñanza a las necesidades asociadas a las características de los estudiantes, promoviendo siempre y en todo momento un aprendizaje activo y significativo.

Es importante, al momento de definir un modelo, partir de los análisis previos realizados por otros investigadores. Por eso, considerando lo analizado por Samá et al. (2023), se proponen las dimensiones clave de la idoneidad didáctica para mejorar las prácticas de formación docente. Encontraron que estos enfoques mejoran la adaptabilidad y las habilidades de pensamiento crítico de los futuros docentes y, al mismo tiempo, afrontaron los desafíos que implica el aprendizaje remoto. El impacto generado fue que el uso de recursos tecnológicos digitales promovió la interacción entre el profesor y los futuros docentes facilitando la enseñanza no presencial para la educación a distancia, lo que les permitió adaptarse a la vida profesional y a la sociedad.

Desde una perspectiva donde se promueven las habilidades críticas de los estudiantes, Marrón et al. (2023) consideraron los siguientes tres aspectos: 1) la reflexión; 2) la ex-

ploración; y, 3) la resolución de problemas relacionados con datos estadísticos. Sugirieron varias metodologías para enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje en el contexto de la bioestadística, como: incorporación de herramientas digitales; utilización de software estadístico para análisis de datos y gráficos que refuercen el conocimiento teórico aprendido en clase; planificación de la enseñanza desde una perspectiva constructivista en que los docentes crean un entorno colaborativo y los estudiantes participan activamente en su propio aprendizaje; integración de la modelización de la enseñanza en la estadística, que fomenta el pensamiento crítico y la resolución de problemas. Concluyeron que las planillas de cálculo, además de facilitar el aprendizaje teórico, empoderan a los estudiantes al involucrarlos activamente en su proceso educativo. La metodología didáctica mejoró la comprensión y aplicación el análisis estadístico en contextos reales, preparando mejor a los futuros biólogos.

Por tanto, en cualquier modelo diseñado para la enseñanza de la estadística debe procurarse añadir siempre estrategias dirigidas a la enseñanza, que en todo momento promuevan aprendizajes colaborativos y cooperativos. Estas estrategias se diseñan con un factor didáctico asociado. Además, siempre establecen las secuencias de aprendizaje creativas que motiven al estudiante a aprender, que permitan la integración de la teoría y la práctica y, en el caso del modelo que este libro propone, siempre logren incluir elementos mediados por TE.

CONSIDERACIONES FINALES

En suma, las metodologías didácticas que permiten implementaciones exitosas en la enseñanza de la estadística a nivel universitario para lograr aprendizajes significativos compartían algunas características: enfoques constructivistas; participación activa del estudiante; orientación a resolver problemas reales; alineación al interés y perfil del estudiante; asociación al trabajo colaborativo, debates y actividades mediadas por tecnologías.

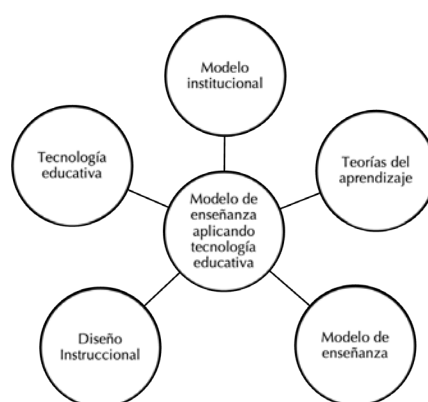
La aplicación de esas metodologías didácticas, ya sea de manera independiente o como una combinación de ellas, mejoran la enseñanza de la estadística en el nivel superior (Lino González et al., 2022). De ahí que las nuevas formas de enseñanza de la disciplina permiten la comprensión de conceptos estadísticos que son clave para el logro de los objetivos curriculares para formar ciudadanos activos y críticos, con una alfabetización estadística que les permita transferir los conocimientos aprendidos en el aula a su desempeño profesional y personal.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El modelo propuesto se encuentra inmerso en la teoría constructivista y está centrado en el alumno. Siempre se tendrá como guía primordial y fundamental el modelo institucional. En la misma secuencia jerárquica se consideran los modelos de enseñanza aplicables, las teorías de aprendizaje que dan cobijo al modelo, así como la TE aplicable y el diseño instruccional aplicable (Figura 2).

Figura 2

Teoría que soporta el modelo de enseñanza



MODELO INSTITUCIONAL

El modelo educativo es la concreción pedagógica de los paradigmas educativos que una institución construye y sirve de referencia para todas las funciones que cumple con el objetivo de materializar su proyecto educativo (Tünnermman, 2008, como se cita en UAQ, 2017).

El modelo educativo de la UAQ es de formación humanista, basado en la construcción de conocimientos, centrado en el aprendizaje con enfoques inter y multidisciplinares, operativamente flexibles con compromiso social y consta de tres componentes, los cuales están interrelacionados y centrados en el estudiante como elemento principal de su formación. A continuación, se desglosan los componentes y características del modelo implementado en esta institución (UAQ, 2017).

Cimentado en principios y valores

La filosofía institucional tiene una vocación humanista, con compromiso social y sustentable.

- Humanista, porque el ser humano es el eje central de los procesos e impulsa un proceso formativo continuo a lo largo de la vida. El individuo es autoconsciente y reconoce e incentiva los valores importantes para sí mismo y la sociedad incitando la mejora personal y la conjunta. Aunado a los conocimientos, alcanza una educación de calidad que permite satisfacer necesidades sociales y transformar sustentablemente su vida y entorno.
- Con compromiso social, porque forma profesionistas autónomos, críticos, éticos, sensibles, con responsabilidad social que sean capaces de solucionar problemas de la sociedad actual, que transformen su entorno, calidad de vida y el desarrollo del país. Así como promover e impulsar cambios sociales en igualdad de oportunidades de género, dignidad y libertad siempre cuidando y protegiendo al medio ambiente.
- Sustentable, porque los estudiantes reciben una formación ciudadana que promueven la cultura por la paz, temas de equidad de género, cuidado del medio ambiente y respeto a los derechos humanos.

Enfoque pedagógico

Está fundamentado en la investigación científica a partir de posturas conceptuales de varios modelos pedagógicos que serán las directrices que orienten el contenido curricular, de enseñanza, aprendizaje y evaluación que definen el trabajo académico que conforma el proyecto educativo y sirve de guía sistemática para orientar las prácticas de enseñanza reconociendo al estudiante y su formación como el centro académico. Requiere capacitación y actualización docente para su ejercicio, que garantice su operación. Consta de las siguientes características de la formación universitaria:

- Centrado en el aprendizaje. Parte de marcos conceptuales orientados a la construcción de conocimientos centrados en el aprendizaje y formación de competencias educativas para la vida, como el constructivismo.
- Desde el aprendizaje significativo. La pedagogía institucional será a través de

estrategias didácticas de enseñanza-aprendizaje, que orienten los contenidos curriculares con el propósito de alcanzar aprendizajes significativos, que hagan sentido al estudiante al estar situado en un contexto y problemática reales que pueda transferir a su vida cotidiana y profesional. La evaluación educativa debe ser parte del proceso académico.

- Con flexibilidad curricular. Es posible incorporar en los planes de estudio: a) modalidades presenciales, no presenciales e híbridas; b) troncos comunes; c) áreas de conocimiento; d) módulos; e) sistema de créditos; f) asignaturas obligatorias y optativas; g) movilidad estudiantil y docente intra e interinstitucional nacional e internacional; y, h) sistema integral de tutorías.
- Multi-Inter-transdisciplinario. El conocimiento requiere de estas aproximaciones para encarar, explicar e intervenir en los problemas reales del contexto social actual.

Postura sobre la innovación educativa

Es un cambio que repercute en los procesos educativos en respuesta a los cambios que vive la sociedad e influyen en la transformación de la universidad propiciando una renovación permanente (UAQ, 2015, como se cita en UAQ, 2017) cuyas características de la formación universitaria son:

- Nuevas modalidades de enseñanza. Trabajo en el aula haciendo uso de tecnología e información acordes a la educación centrada en el estudiante y su aprendizaje, formándolos en ciudadanía y competencias para la vida que permitan vincular lo aprendido e integrarlo en el mundo laboral a través de la práctica profesional.
- Planes de estudio actualizados. Evaluados y actualizados de manera permanente, vinculados a la enseñanza-aprendizaje partiendo de problemas reales abordándoles de forma inter-multi y transdisciplinariamente, a través de una pedagogía que permita integrar los saberes, transferir lo aprendido y desarrollar nuevas capacidades y habilidades.
- Tecnologías de información y comunicación. Reconoce la tecnología digital como un medio que ayuda al logro del aprendizaje significativo. Ejemplo de ello es la innovación a través de plataformas de aprendizaje virtual y de trabajo autónomo y autorregulado en las que las prácticas académicas permitan distintas formas de interacción hasta herramientas y recursos digitales especializados.

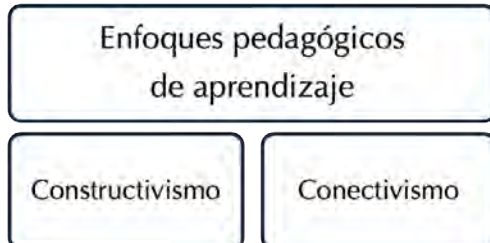
- Vinculación social. Le da sentido y razón social a la universidad, pues le permite estar en contacto con las necesidades y requerimientos de la institución que re-troalimenten la labor universitaria a través de instrumentación de la investigación, intervención, extensión de servicios a las comunidades, programas de educación continua, movilidad académica y de investigación a otras universidades, empresas o instituciones no gubernamentales; así como las prácticas profesionales y servicio social de los estudiantes.

ENFOQUES PEDAGÓGICOS DE APRENDIZAJE

Los enfoques pedagógicos de aprendizaje proporcionan marcos conceptuales que, en gran medida son el soporte teórico que permite entender cómo los estudiantes adquieren conocimientos, habilidades y actitudes. De aquí, que es importante desarrollar algunos de los enfoques pedagógicos más influyentes y su aplicación en el modelo que se propone (Figura 3).

Figura 3

Enfoques pedagógicos que soportan el modelo



Constructivismo

Los principales exponentes del constructivismo son Piaget, Ausubel y Vigotsky. El constructivismo no es una teoría, sino una epistemología o explicación filosófica acerca de la naturaleza del aprendizaje, ya que no propone principios de aprendizaje que se deban descubrir y poner a prueba, sino que las personas crean su propio aprendizaje (Schunk, 2012).

Es una corriente incluida en el cognitivismo y enfatiza el papel del estudiante como constructor de su propio conocimiento a través de sus necesidades, intereses y propio ritmo, con su participación activa a partir de conocimientos previos, su interpretación de la información recibida y reforzados por la interacción social desarrollándolo a través de tareas auténticas (Tishkovskaya & Lancaster, 2012).

Asimismo, este enfoque pedagógico considera que una persona no es el resultado de su entorno. En realidad, para el constructivismo todo individuo se forma a partir de una autoconstrucción, la cual se hace de forma continua y está influenciada por la realidad y por las destrezas internas de la persona (Fonseca y Bencomo, 2011).

El constructivismo es importante en la enseñanza de las matemáticas porque permite que el aprendizaje sea un proceso subjetivo arraigado en las experiencias del estudiante, lo que propicia un aprendizaje significativo al incorporar nuevos conocimientos a sus experiencias previas y contexto cotidiano. Las metodologías constructivistas permiten una mayor interactividad entre los estudiantes, comparten experiencias y buscan razones lógicas a los fenómenos o ecuaciones, por lo que fomentan la sana competencia de saberes.

Están diseñadas para que los estudiantes vivan su aprendizaje, integrándolo a su vida como una herramienta funcional para descubrir, conocer y procesar la información que los rodea; los docentes se convierten en facilitadores y mediadores del proceso de aprendizaje a través de una práctica docente renovada, redefinida y enfocada en la forma en la que los estudiantes aprenden. El uso de actividades contextualizadas facilita la adquisición de contenidos mediante el desarrollo de competencias cognitivas específicas, como la observación, el análisis y la interpretación (Bolaño Muñoz, 2020).

El aprendizaje dentro de este modelo, al estar referido a entornos virtuales, es un proceso de reconstrucción personal: el alumno aprende el contenido presentado en el entorno virtual, al reelaborarlo mediante su estructura cognitiva, conocimientos previos, estrategias de aprendizaje, metacognición (aprender a aprender y autoconocimiento de cómo aprende), autorregulación, motivación, metas y expectativas. Sin embargo, ni el significado ni el sentido que el alumno construye está en el material que es objeto de aprendizaje, ni su construcción queda asegurada por el diseño de dicho material (Onrubia, 2005, como se cita en Zapata-Ros, 2015).

El aporte del enfoque constructivista a la teoría instruccional para la elaboración de materiales didácticos informáticos (MDI), pone mayor énfasis en el aprendizaje y en los estudiantes antes que en el contenido o en el docente (García-Valcárcel, 2005, como se cita en Guerrero Z. y Flores H., 2009); en las actividades de resolución de problemas y aprendizaje colaborativo. Son diseños con pocos contenidos y mayor énfasis en enlaces a recursos y herramientas que permitan al estudiante la construcción de su aprendizaje. Las hipermedias se orientan a la búsqueda de información, adquisición de conocimiento y

resolución de problemas, lo que se aprecia en simuladores y laboratorios virtuales (Guerrero Z. y Flores H., 2009).

El constructivismo puede fundamentar el modelo que use metodologías de enseñanza activas porque se centra en fomentar en el estudiante habilidades para que construyan su propio aprendizaje al promover el aprendizaje activo; esto puede ser facilitado con el uso de tecnologías educativas.

Conectivismo

Fue propuesto por George Siemens en el 2004 como “una teoría del aprendizaje para la era digital” (Gutiérrez Campos, 2012, p. 1). Surgió por el impacto, los avances de la tecnología, la inclusión de las TIC y el uso permanente de internet en el aprendizaje. La tecnología ha modificado la forma en la que las personas se comunican y aprenden, situación que requiere la adquisición de nuevas competencias del estudiante para adaptarse a una sociedad cambiante y que genere las habilidades para aprender lo que necesitará el día de mañana.

Es una propuesta sobre la integración de los principios explorados por la teoría del caos, las redes neuronales, la complejidad y la autoorganización. Surge en la sociedad de la información y el conocimiento (SIC), donde actualmente vivimos. Se enfoca en la inclusión de la tecnología para la cognición y el conocimiento, por lo que está relacionada con la educación y los cambios en la práctica y organización educativa, en los cuales el aprendizaje y la elaboración del conocimiento se dan a partir de entornos conectados.

Señala la capacidad del aprendiz para crear conexiones entre distintas fuentes de información, que son conexiones entre personas, grupos, nodos de información y entidades para crear *un todo* integrado. Involucra los recursos de red al integrar el uso de redes de internet para su manipulación y aprovechamiento con fines de comunicación y acceso a la información (Medina Uribe et al., 2019).

Este enfoque tiene impacto en el mundo académico y en la industria del *e-Learning* y constituye la base teórica de los Cursos Masivos Abiertos en Línea (Zapata-Ros, 2015). Dicho enfoque postula que el aprendizaje no solo está en las personas; también está en organizaciones, bases de datos, bibliotecas, fuentes tecnológicas o cualquier fuente de información especializada, lo que requiere distinguir la información importante. La inclusión de esas tecnologías son parte de la propia actividad cognitiva para aprender y conocer.

Ejemplos: *Wikipedia*, *blogs*, *podcast*, redes sociales, que brindan acceso a infinitos nodos de información y crean redes de conocimiento y conexiones entre sus integrantes.

Muchos autores aclaran que el conectivismo no puede ser considerado una teoría; aunque surge de las limitaciones de los principales enfoques del aprendizaje (conductismo, cognitivismo y el constructivismo), no tiene los fundamentos que la avalen como teoría. Es decir, carece de objetivos, valores, condiciones de aplicación, métodos, validación, problemas abiertos y líneas de desarrollo a futuro e incluso de una revisión de la literatura, secuencia y alcance, que son elementos de los que consta cualquier teoría.

Por eso se le considera una perspectiva pedagógica, ya que principalmente se enfoca a nivel curricular: qué se aprende y por qué se aprende. Podría ser aprovechada para establecer criterios pedagógicos y de diseño instruccional, ayudar al desarrollo de competencias tecnológicas de los estudiantes y el uso de redes sociales como herramientas para compartirlas, donde el docente sea un guía del aprendizaje (Zapata-Ros, 2015).

El filósofo canadiense Downes (2008, p. 2) definió al conectivismo como: “la tesis de que el conocimiento se distribuye a través de una red de conexiones y, por lo tanto, el aprendizaje consiste en la capacidad de construir y atravesar esas redes”. Sin embargo, en una publicación más reciente, el mismo autor dice:

El conectivismo es la tesis de que el conocimiento está constituido por conjuntos de conexiones entre entidades, de modo que un cambio en una entidad puede resultar en un cambio en la otra entidad, y el aprendizaje es el crecimiento, desarrollo, modificación o fortalecimiento de esas conexiones... ..El conectivismo no se ofrece como una “teoría del aprendizaje”, se ofrece como respuesta a la escasez de teoría contemporánea en educación y una explicación del conocimiento en el aprendizaje basada en la comprensión más actual posible de la inteligencia natural y artificial. Ofrece una base empírica para comprender la enseñanza y el aprendizaje, redefiniendo cómo pensamos sobre el conocimiento, cómo se produce el aprendizaje, qué intentamos hacer cuando aprendemos y cómo se imparte y evalúa el aprendizaje. El conectivismo describe fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje (Downes, 2022, p. 59).

El aporte del enfoque conectivista a la teoría instruccional para la elaboración de materiales didácticos informáticos (MDI), radica en la importancia de conocer cómo se desarrolla la sociedad del conocimiento actualmente, desde una visión global, completa, desde múltiples aprendizajes, actividades corporativas con opción de selección y ampliación de la información en que el aprendizaje es ahora cooperativo y colaborativo. El conectivismo,

resalta la importancia de tener una estructura abierta en la cual los mismos usuarios puedan participar del proceso y aportar en la generación de contenidos con una participación masiva en la co-construcción de ideas y conocimiento, alentando la conformación de plataformas abiertas y gratuitas para crear redes sociales y de comunicación, donde se puedan compartir textos, audios y videos, blogs, podcast, y se pueda dar la educación a distancia mediante plataformas (Guerrero Z. y Flores H., 2009).

MODELOS DE ENSEÑANZA

Un modelo de enseñanza es el andamiaje o marco conceptual que da sustento al proceso de enseñanza y aprendizaje. Los modelos definen cómo se organizan y presentan los contenidos, las estrategias pedagógicas que se utilizan, y cómo se evalúa el aprendizaje de los estudiantes. Los modelos de enseñanza son fundamentales para garantizar que los procesos educativos sean coherentes, efectivos y adaptados a las necesidades de los estudiantes.

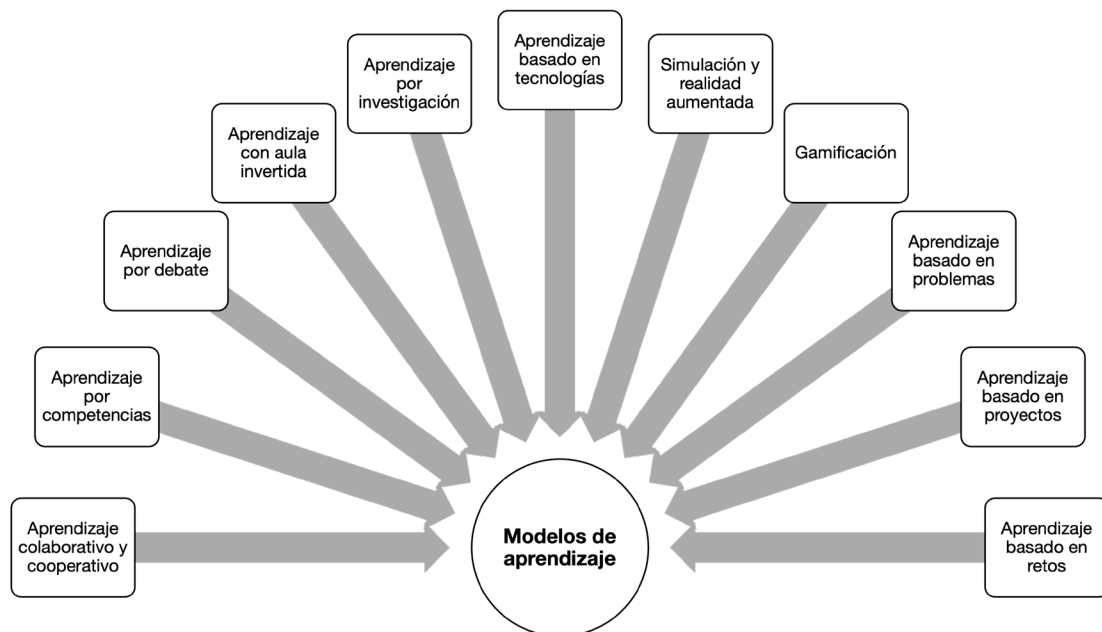
El modelo de enseñanza se inserta desde el proceso de planeación formativa y sus aplicaciones implican desarrollar acciones al menos en los siguientes aspectos:

- **Diseño curricular.** Los modelos de enseñanza ayudan a estructurar el currículo de manera lógica y secuencial, asegurando que los contenidos se presenten de forma progresiva y adecuada al nivel de los estudiantes.
- **Planificación de clases.** Proveen una guía para la planificación de las lecciones, incluyendo la selección de métodos de enseñanza, actividades de aprendizaje y recursos didácticos.
- **Evaluación del aprendizaje.** Facilitan la creación de herramientas de evaluación que sean coherentes con los objetivos de aprendizaje y las estrategias pedagógicas utilizadas.
- **Formación docente.** Sirven como base para la formación y el desarrollo profesional de los docentes, proporcionando un marco común para la reflexión y la mejora continua de la práctica educativa.
- **Adaptación a diversos contextos.** Permiten adaptar la enseñanza a diferentes contextos educativos, necesidades de los estudiantes y estilos de aprendizaje, promoviendo una educación inclusiva y equitativa.

A continuación, se revisarán de manera detallada algunos de los modelos de enseñanza aplicables en la propuesta del modelo de enseñanza propuesta (Figura 4).

Figura 4

Modelos de aprendizaje que soportan el modelo



Aprendizaje colaborativo y cooperativo

Centrado en los estudiantes, quienes trabajan juntos para resolver un problema o actividad asignada, pues cuentan con las competencias sociales necesarias para trabajar en equipo. El trabajo entre pares promueve el desarrollo de aprendizajes significativos; al expresar y retroalimentar sus ideas les permite adquirir nuevas perspectivas y los motiva a concluir las actividades asignadas (Razak & See, 2010). Mejoran la comunicación al compartir y argumentar sus percepciones sobre el problema. Aprenden de los demás al escucharlos. Aceptan críticas. Argumentan y/o modifican sus conclusiones. Comparten información y logran llegar a acuerdos de manera armónica y consensuada (Ali et al., 2011; Fonseca y Bencomo, 2011). En cambio el aprendizaje cooperativo se distingue por ser una actividad donde el docente es una guía, orienta y da información ayudando a los estudiantes a colaborar y trabajar juntos para el logro de un fin común (Tebeanu & Macarie, 2013).

Aprendizaje por competencias

Su principal exponente fue McClelland. El concepto *competencias* surgió en la década de los 60, pero hasta 2001 las universidades lo incluyeron como parte de sus planes de estudio. Este modelo integral busca vincular el sector educativo con el productivo y elevar el potencial de los individuos, de cara a las transformaciones que sufre el mundo actual y la sociedad contemporánea. Para esto, los estudiantes deben conocerse a sí mismos, conocer el medio, conocer la forma de acceder a los conocimientos, mediante un aprendizaje autónomo en el que *aprenda a aprender*, siendo éste un requisito para la formación por competencias. En el contexto estadístico, es la capacidad de evaluar, interpretar y comunicar información estadística (Yotonyos et al., 2015).

Aprendizaje por discusión o debate

Concede al estudiante la responsabilidad de pensar para resolver problemas argumentando sus conclusiones. Esta metodología didáctica debe ser estructurada y guiada por el docente para cumplir su finalidad formativa (Groth, 2014). Muchos de los aprendizajes lo incorporan en sus implementaciones porque enriquece el pensamiento personal y colectivo. Además, es una de las habilidades blandas que se requiere en la vida laboral al trabajar con grupos multidisciplinares.

Aprendizaje basado en problemas

Es un método didáctico ideado en la Universidad de McMaster, Canadá, a finales de la década de los 60 y comienzos de los 70. Su principal característica es que se puede trabajar en pequeños grupos colaborativos y se fundamenta en el enfoque constructivista, donde los estudiantes tienen una participación activa al buscar información, seleccionarla, organizarla y resolver problemas. El docente guía u orienta según lo requiera el estudiante. En el contexto de la estadística, los estudiantes investigan para dar respuesta a preguntas, recopilan y analizan la información recabada para resolver problemas e interpretar los resultados, generando así el pensamiento estadístico. El propósito de esta metodología es desarrollar habilidades de pensamiento y procesos cognitivos del estudiante para que *aprenda a aprender* y a resolver problemas parecidos a los que tendrá que enfrentarse en la vida laboral, pues le permitirá la transferencia de conocimientos al ejercicio profesional (Restrepo Gómez, 2005).

La organización de la secuencia didáctica aprendizaje basado en problemas (ABP) consta de siete pasos: 1) planteamiento del problema; 2) clarificación de términos; 3) análisis del problema; 4) explicaciones tentativas; 5) objetivos de aprendizaje adicional; 6) autoestudio individual; y, 7) discusión final. Existen variantes, pero, en esencia, tienen los mismos elementos y en todos subyace el método científico. El ABP tiene como premisa la interdisciplinariedad, integración de áreas permitiendo abordar los problemas desde distintas perspectivas interconectadas.

Aprendizaje basado en proyectos

El aprendizaje basado en proyectos recae en un contexto más amplio que el basado en problemas, que promueve la transversalidad y transdisciplinariedad, cursos, etapas o centros; el trabajo es colaborativo, de tiempo variable y tienen cabida otras técnicas y metodologías: gamificación, aula invertida, entre otras (García Martín y Pérez Martínez, 2018).

La enseñanza estadística a través de proyectos permite vincular temas estadísticos entre sí o con otras áreas del conocimiento. Y el debate entre los estudiantes de cada proyecto les impulsa a reflexionar sobre los conceptos estadísticos utilizados para realizarlo fomentándoles habilidades para la argumentación e interpretación de los resultados lo que contribuye al desarrollo cognitivo y promueve el aprendizaje (Moreira da Silva y Samá Pinto, 2014).

Aprendizaje basado en retos

Tiene su origen en 2008 en las instituciones *Apple* y el Centro de Investigación en Ingeniería VaNTH ERC. Éste último, conformado por las universidades de Vanderbilt, Northwestern, Texas, Harvard y el Massachusetts Institute of Technology (MIT). Al método creado por *Apple* lo denominaron *Challenge Based Learning* (CBL); se trabajaba en proyectos por equipos de estudiantes, docentes y especialistas externos al área de trabajo. El instituto VaNTH ERC, llamo a su método *Challenge Based Instruction* (CBI); los estudiantes, por medio del trabajo colaborativo, resuelven problemas por fases: reto, generación de ideas, aportación de visiones, investigación, prueba de la destreza y publicación de la solución (Cordray, 2009, como se cita en Fidalgo Blanco et al., 2017).

El aprendizaje basado en retos (ABR) se fundamenta en otros modelos activos como el aprendizaje basado en problemas, el aprendizaje basado en proyectos y el aprendizaje vivencial. En el contexto de la educación, el ABR aborda el aprendizaje a partir de un tema

genérico del que se plantean una serie de retos al que los estudiantes deben dar soluciones concretas. Para ello, dispone de recursos y herramientas tecnológicas y la guía del docente, e incluso de otras personas con perfil adecuado al reto. Los beneficios del uso ABR en la enseñanza, según Fidalgo Blanco et al. (2017) son:

1) Comprensión profunda de los temas: diagnostica y define problemas antes de proponer soluciones al tiempo que desarrolla su creatividad.

2) Se involucra en la definición del problema y en el proceso de solución.

3) Desarrolla procesos de investigación, crea y materializa modelos en un trabajo colaborativo y multidisciplinario.

4) Se relaciona con personas especializadas que abonan a su crecimiento profesional

5) Fortalece las conexiones entre la teoría y la práctica en el contexto que le rodea.

6) Desarrolla habilidades de comunicación al crear y compartir los resultados encontrados a través de herramientas sociales y técnicas de producción de medios.

Aprendizaje con aula invertida

El aula invertida (flipped classrom) es un enfoque pedagógico innovador, fundamentado en el constructivismo, donde se invierte la estructura tradicional de la clase. Fue creado y promovido por Jonathan Bergmann y Aaron Sams en Estados Unidos en 2007. Sin embargo, ganó popularidad hasta 2012, cuando los autores publicaron el libro *Flip your Classroom: Reach Every Student in Every Class Every Day* (Bergmann & Sams, 2012) tras lo cual ha sido adoptado por muchas instituciones educativas y ha sido objeto de investigación y debate.

En lugar de que el docente explique el contenido en clase y luego asigne tareas para que los estudiantes trabajen en casa, en el aula invertida los estudiantes aprenden el contenido en casa a través de videos, audios, apuntes, lecturas o actividades en línea que han sido seleccionados previamente por el docente por su pertinencia para el logro de los objetivos curriculares. El tiempo de clase se utiliza para hacer actividades interactivas y personalizadas, como resolución de problemas, proyectos, discusiones y trabajo en equipo, lo que posibilita consolidar los conocimientos y reforzar habilidades. El docente guía las dinámicas de las actividades, responde preguntas y aclara las dudas de los estudiantes o conceptos mal entendidos (Bergmann & Sams, 2012).

El docente en el aula invertida, al basarse en el enfoque constructivista, se convierte en un guía y acompañante que planea la actividad completa, antes-durante-después de la clase en el aula. En el aula desarrolla actividades para que los estudiantes construyan su conocimiento mientras que el estudiante toma un rol activo al ser cocreador de su propio aprendizaje.

Sus principales ventajas son: mayor motivación, dado que los estudiantes participan activamente; se estimula el pensamiento crítico, la autogestión, la autonomía y la interacción entre estudiantes, permitiendo un aprendizaje significativo y profundo; el aprendizaje es más personalizado porque el docente identifica las dificultades individuales; el enfoque es aplicado porque priorizar la resolución de problemas sobre la teoría; flexibilidad, ya que los estudiantes revisan el material a su ritmo las veces que sean necesarias, y mejora su comprensión y rendimiento académico porque el aula se utiliza para actividades interactivas y colaborativas, lo que mejora la retención de la información y se hace uso eficiente del tiempo en clase al utilizarlo de forma más efectiva y creativa (Ros-Gálvez y Rosa-García, 2016).

Aprendizaje por investigación

Los estudiantes se convierten en investigadores y productores de conocimiento al impulsarlos a resolver problemas reales que les interesan y requieren de su creatividad, y capacidad de integrar el material de estudio (Libman, 2010).

Aprendizaje con tecnología educativa

El software facilita el aprendizaje de conceptos estadísticos básicos (Davidson et al., 2019) y aumenta el rendimiento del estudiante al eliminar los cálculos inherentes a las fórmulas estadísticas que consumen tiempo y recursos cognitivos, para concentrarse mejor en las teorías y conceptos. Por otro lado, las visualizaciones gráficas que ofrecen algunos software estadísticos, como *Tinkerplots*, permiten mejorar modelos en las simulaciones y entender mejor los conceptos, así como reflexionar y argumentar sus respuestas con base en lo observado. La tecnología permite la construcción activa del conocimiento pues le invita a reflexionar sobre lo observado (Xu et al., 2014).

En la enseñanza de la estadística hay programas para el análisis y procesamiento de la información. Entre los más utilizados en la universidad están *Excel*, *Statistical Package for the Social Sciences* (SPSS), *Python*, *R*, *RStudio*, *Statistica*, *SAS* y *STATA*, ya que permiten evaluar habilidades estadísticas al analizar, interpretar y argumentar los resultados

obtenidos. Además, hay cursos en línea a través de sistemas de gestión de aprendizaje: *Canvas*, *Moodle*, entre otros. Estos entornos en línea dan al estudiante el control total de su aprendizaje para construir su propio conocimiento (Razak & See, 2010).

Simulación y realidad virtual-aumentada

Son herramientas innovadoras que pueden transformar la enseñanza haciendo los conceptos más intuitivos, interactivos y atractivos para los estudiantes al representar cambios físico-temporales. Las visualizaciones permiten una mejor comprensión de la información generando experiencias inmersivas que aumentan la retención e interés en la probabilidad y la estadística (Wong et al., 2018; Zhang & Maas, 2019).

Mediante simulación, con software como *Excel*, *GeoGebra* o *R*, se pueden recrear fenómenos aleatorios que facilitan la visualización y experimentación para modelar distribuciones de probabilidad o entender conceptos estadísticos complejos. Los beneficios son la experimentación rápida que permite probar hipótesis, al ver la probabilidad en acción, lo cual es ideal en niveles introductorios.

Por su parte, la realidad aumentada superpone elementos virtuales en el entorno real generando experiencias inmersivas vinculando los datos con el entorno del estudiante. Sin embargo, su implementación requiere infraestructura, como teléfonos inteligentes, gafas y *apps* móviles, que no son de fácil acceso para las instituciones públicas por su costo.

Aprendizaje basado en juegos y la gamificación

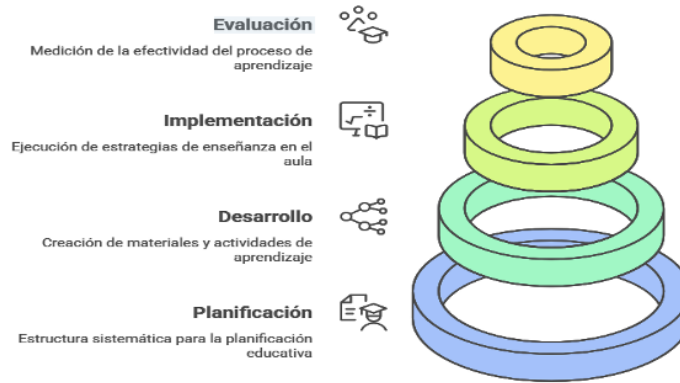
Mejoran la experiencia de los estudiantes, aumentan su motivación, su compromiso y estimulan la adquisición de competencias, así como la cooperación entre jugadores. Contribuyen con sus capacidades y talentos en la misión colectiva, permitiendo el logro de resultados de aprendizaje colaborativo en el desarrollo de la experiencia, al hacer las clases más dinámicas y divertidas (Ortiz-Colón et al., 2018). Sus principales características es que son activos, basados en problemas, situados y socialmente mediados (Boyle et al., 2014).

DISEÑO INSTRUCCIONAL

El diseño instruccional es crucial en el desarrollo de un modelo educativo porque proporciona una estructura sistemática para planificar, desarrollar, implementar y evaluar el proceso de enseñanza-aprendizaje (Figura 5).

Figura 5

Modelo de diseño instruccional

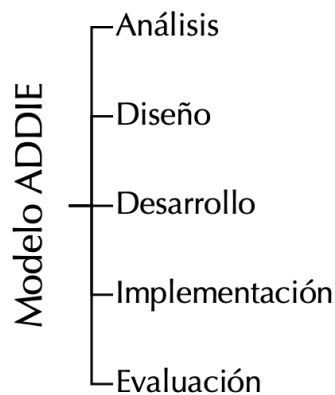


Modelo de diseño instruccional ADDIE

El modelo de diseño instruccional que se usará será: Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación (ADDIE). Es el modelo básico de diseño instruccional interactivo, pues contiene las fases esenciales. Presenta una serie de pasos que inciden en el desarrollo de un proceso educativo ordenado y congruente, ampliamente utilizado en la educación y la industria. Es también un punto de construcción para otros modelos de diseño instruccional (Belloch, 2017; Esquivel Gámez, 2014). ADDIE propone organizar actividades que guíen el aprendizaje autónomo del estudiante mediado por TIC. Esquivel Gámez (2014) expone cinco fases del modelo (Figura 6).

Figura 6

Fases del modelo de diseño instruccional ADDIE



Análisis

Se requiere un análisis diagnóstico del alumnado, del contenido y del entorno. El objetivo es identificar el perfil de los estudiantes y las necesidades que inciden en el proceso de enseñanza-aprendizaje ocasionando un problema. Se espera encontrar así sus posibles vías de solución. El informe resultante es el insumo para la fase de diseño.

Diseño

Es la estrategia para conseguir las metas atendiendo principios didácticos sobre cómo se enseñan y aprenden ciertos contenidos. Se considera desde la redacción de los objetivos hasta la identificación de recursos, para abordarlos desde un enfoque didáctico haciendo uso de teorías constructivistas y conectivistas para apoyar el aprendizaje reflexivo, colaborativo y centrado en el estudiante.

Desarrollo

Su propósito es generar y validar los recursos del aprendizaje requeridos durante la implementación de todos los módulos de la instrucción. Se elaboran y prueban los materiales y recursos necesarios para culminar con la prueba piloto de las propuestas.

Implementación

Su propósito es concretar el ambiente de aprendizaje involucrando a los estudiantes. Requiere planes para docentes y alumnos que faciliten, a los primeros, las estrategias de enseñanza y recursos de aprendizaje; que impulse a los segundos a participar activamente en su instrucción.

Evaluación

Permite valorar la calidad de los productos, y los procesos de enseñanza y aprendizaje mediante un análisis pre-post de la implementación. La evaluación de cada una de las fases permite modificar o replantear cualquiera de ellas.

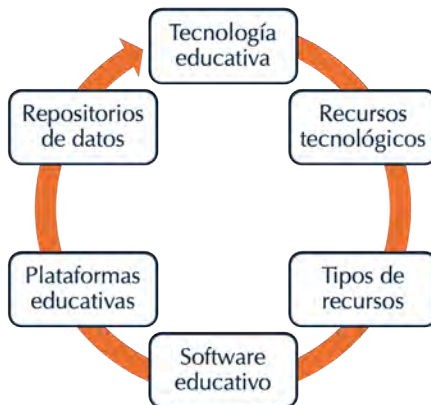
TECNOLOGÍA EDUCATIVA

Al momento de aplicar tecnología educativa, el docente funge como un guía, asesor, orientador o facilitador. Se dedica a diseñar la enseñanza mediante el desarrollo o uso de materiales mediados por la tecnología. Dirige las actuaciones académicas de los estudiantes

para que aprendan a pensar por sí mismos, para que sean autónomos y tomen decisiones propias adaptándose al contexto en que estén inmersos (Barría Lobos et al., 2017) (Figura 7).

Figura 7

Tecnología educativa aplicada en el modelo



Recursos tecnológicos

En el contexto actual, en la enseñanza estadística es conveniente el uso de herramientas tecnológicas, computadoras u algún otro dispositivo móvil en el que, a través de software estadístico, programas especializados o recursos educativos propios de la institución, de pago o abiertos y modificados para adaptarlos a las necesidades de enseñanza, se aborden temas de estadística para su enseñanza en el aula.

Puede agregarse que la gran cantidad de datos sobre algún tema de interés del estudiante, que actualmente puede descargarse de internet para analizarlos de manera precisa e inmediata, requieren del uso de herramientas tecnológicas para evitar los errores del cálculo manual (Inzunza, 2016).

Por otro lado, la amplia variedad de recursos interactivos y dinámicos, como las simulaciones, que refuerzan el proceso de aprendizaje y motivan a los estudiantes al facilitar la comprensión de conceptos estadísticos difíciles o abstractos en la educación superior, también requieren tecnología (Fernández Morales, 2017).

Lo que se busca es usar la tecnología como medio pedagógico para la enseñanza y el aprendizaje del contenido curricular en la materia de probabilidad y estadística. Enriquece las propuestas en su enseñanza ayuda a los estudiantes a aprender, entender, razonar y comunicar ideas y pensamientos matemáticos (Capilla, 2014; Cuevas et al., 2019). Además, fomenta el desarrollo del razonamiento estadístico (Zapata-Cardona, 2020).

El propósito de los recursos es promover la alfabetización estadística al mejorar la manera de procesar información, dado que es la mejor forma de evaluar las habilidades y técnicas estadísticas de los estudiantes (Ali et al., 2011; Capilla, 2014). Al mismo tiempo, fomenta el desarrollo del razonamiento estadístico (Zapata-Cardona, 2020), mejora el desempeño y argumentación estadística con un entorno electrónico basado en problemas reales (Berndt et al., 2021), permite la modelización de datos (Aymerich Restoy y Albarracín Gordo, 2016), manejar y organizar la información para facilitar la toma de decisiones, y refuerza el proceso de aprendizaje teórico de conceptos al facilitar la comprensión de conceptos difíciles o abstractos motivando así a los estudiantes (Fernández Morales, 2017).

La tecnología y su amplia gama de técnicas gráficas y de visualización son herramientas de lenguaje universal que permiten al estudiante comprender mejor conceptos matemáticos, estadísticos y científicos, al explorar y analizar los datos de una manera más visual para enfocarse en la interpretación de los resultados (Tishkovskaya & Lancaster, 2012). Sin embargo, la tecnología no es suficiente para la comprensión: la enseñanza constructivista juega un papel muy importante en su desarrollo e implementación (Alvarado Martínez y Retamal Pérez, 2012).

Tipos de recursos

Los recursos tecnológicos utilizados para la enseñanza-aprendizaje de la estadística son diversos. Lo que es un hecho, es que es el nivel universitario donde hay mayor variedad de recursos tecnológicos. Esto se debe a que los investigadores suelen aplicar sus indagaciones en los grupos donde imparten clases, porque de esta manera ahorran tiempo. Además, al ser él mismo quien guía la clase, puede constatar si la implementación con el uso de tecnología tiene algún impacto significativo en su aula.

Con respecto a los materiales que se utilizan para la enseñanza de estadística y probabilidad mediada por tecnología educativa en los diferentes niveles educativos, se pueden agrupar por las siguientes categorías:

Calculadoras gráficas manuales y en línea

Algunos ejemplos son *Symbolab* y *GeoGebra*, que son a la vez una calculadora gráfica digital y un software amigable y fácil de usar en los procesos de enseñanza y aprendizaje de varias áreas de las matemáticas; mejoran los rendimientos académicos en estadística de los estudiantes, ya que permiten solucionar de manera rápida problemas. Además, favorecen el aprendizaje autónomo, estimulan y desarrollan la creatividad de los estudiantes, pues al descubrir y construir los objetos de estudio, logran captar su atención y les motiva a usar nuevas tecnologías en su proceso aprendizaje tanto de manera personal como colaborativa. Estas herramientas se puede usar desde el nivel secundaria (Suarez Ortiz, 2016).

Paquetes de software estadístico

Son los programas utilizados para el análisis y procesamiento de la información, como: *Statgraphics*, *SPSS*, *R*, *Python*, *Minitab*, *Stata* y *Excel*. Cabe destacar, que *R* y *Python* son de acceso libre y requieren conocimientos de programación para su uso. Aunque ya tienen muchas librerías preprogramadas para el análisis de bases de datos, los usuarios pueden hacer los análisis según sus requerimientos particulares. *Excel* es un programa computacional que forma parte de la paquetería de *Microsoft Office* y consta de hojas de cálculo que permiten la manipulación de datos; su análisis, generar reportes, herramientas gráficas y tablas dinámicas, entre otros. Además, permite hacer cálculos estadísticos con las fórmulas estadísticas que proporciona dicho software.

El uso de paquetes estadísticos creados con ese propósito, como *Statgraphics*, *SPSS*, *Stata* o *Minitab*, evitan cometer errores al momento de manipular la información con la que se está trabajando. En el caso de *Excel*, aunque es sencillo de usar y no requiere conocimientos de programación, sí se debe tener cuidado y saber muy bien en qué columnas y filas están los datos por analizar; lo cual no es práctico al analizar bases de datos de considerable tamaño. Sin embargo, para un curso introductorio a la estadística y probabilidad para comprender conceptos estadísticos por medio de la visualización gráfica o para el desarrollo *paso a paso* de las fórmulas, pueden ser una buena opción.

La literatura científica destaca que el uso de licencias del software utilizado para la enseñanza de la estadística es adquisición institucional. La evaluación de estos programas por investigaciones científicas donde los usaron como medio para la enseñanza de la estadística apuntan que se utilizan principalmente en el nivel universitario y en la formación de docentes. Mencionan que: son útiles para analizar e interpretar datos que obtuvieron

los mismos estudiantes y son la mejor forma de evaluar la habilidad en técnicas estadísticas (Ali et al., 2011; Batanero et al., 2018; Capilla, 2014; de Souza Oliveira y de Faria Reis, 2019; de Souza Oliveira, 2020; Huynh et al., 2014); propician el desarrollo del razonamiento estadístico (Zapata-Cardona, 2020); permiten la modelización de datos reales (Aymerich Restoy y Albarracín Gordo, 2016); son un medio para conocer y comprender la estadística (Al-Matar, 2015; Ali et al., 2011; Capilla, 2014; Huynh et al., 2014; Inzunza e Islas, 2019; López-Martín et al., 2019; Meletiou-Mavrotheris y Serradó Bayés, 2012); y permiten manejar y organizar la información facilitando la toma de decisiones como la consideración de predicciones basadas en los datos (Capilla, 2014; de Souza Oliveira y de Faria Reis, 2019; de Souza Oliveira, 2020).

Software educativo

Software educativo para la enseñanza y aprendizaje de la estadística

Fathom o *Tinkerplots* son software educativo para la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y estadística en un ambiente para la exploración dinámica de datos. Según sus creadores, Clifford Konold y Craig Miller de la Universidad de Massachusetts, son herramientas de modelado y visualización que funcionan como vínculos tecnológicos para entender mejor conceptos de probabilidad y estadística. Pueden ser usados por los estudiantes de primaria hasta universitarios, e incluso en la formación de docentes.

En niveles de primaria ayudan a desarrollar el razonamiento estadístico mediante un acercamiento informal, basado en razonamientos intuitivos de conceptos difíciles de entender porque la visualización y simulaciones generadas permiten comprender ideas y conceptos probabilísticos. En la formación de docentes, contribuye al desarrollo de las habilidades del profesor para construir modelos probabilísticos para su enseñanza y para explorar situaciones aleatorias al conjuntar la probabilidad clásica y la frecuencial (Alvarado et al., 2018; S Kazak y Pratt, 2017; Pinzón Triana et al., 2015).

Applet

Es un programa *Java* que se referencia desde una página *HyperText Markup Language* (HTML) y se ejecuta en un navegador. Es una herramienta pedagógica importante para promover la comprensión de conceptos matemáticamente correctos. Tienen gran valor porque muestra los conceptos visualmente, por lo que son útiles para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Richard, 2011).

Plataformas educativas

Sistemas de respuesta personal

Son sistemas de respuesta de audiencia que le permiten al docente crear cuestionarios de evaluación en formato de concurso para aprender o reforzar el aprendizaje de una forma dinámica y divertida, en el que los estudiantes son los concursantes. Ejemplo de ellos son *Menti* o *Kahoot*, que facilitan la captura de los datos de la audiencia y la muestra de forma simultánea en tiempo real, permitiendo que el docente controle la comprensión de los estudiantes sobre el contenido del curso. Al aplicar estas herramientas tecnológicas es importante un buen diseño e idoneidad de las preguntas en función de los datos de respuesta (Titman & Lancaster, 2011).

Sitio Web i-use

Software de código abierto susceptible de recibir modificaciones para contextualizarlos según las necesidades y niveles de aprendizaje.

Recursos educativos abiertos y materiales multimedia *World Wide Web*

Al ser desarrollos de la *World Wide Web*, son un medio global donde los docentes comparten fácilmente sus ideas y propuesta sobre cómo mejorar la educación estadística. Permite a profesores y estudiantes hacer uso de gran cantidad de herramientas pedagógicas innovadoras de enseñanza de la estadística en línea (Tamim et al., 2011).

Simulaciones por computadora

Para la enseñanza de conceptos estadísticos, permite corregir intuiciones incorrectas de conceptos teóricos de probabilidad, a la vez que motiva a los estudiantes a aprender permitiéndoles completar su red cognitiva y una comprensión más amplia que le permitirá argumentar sus conclusiones (Borovcnik, 2020).

Repositorios de datos

Son los almacenes de información de acceso abierto que permiten a los estudiantes hacer un análisis estadístico de temas de su interés. Son utilizados en las estrategias de enseñanza aprendizaje basada en proyectos.

Repositorios de contenidos curados

E-learning, videos, grabaciones o sistemas de respuesta personal mediados por teléfonos móviles, plataformas digitales, textos en línea y *podcast*. Son herramientas que complementan y mejoran la enseñanza estadística. Sin embargo, en el aprendizaje autodirigido o centrado en el estudiante, se enfatiza que requiere la intervención del docente para un *e-learning* efectivo, por lo que investigadores sugieren una combinación de la enseñanza en línea y la tradicional, a la que se le denomina curso *b-learning*, donde el uso de la tecnología mejora el aprendizaje de los estudiantes (Titman & Lancaster, 2011).

EVALUACIÓN DE PROCESOS DE IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO

La evaluación de un modelo de enseñanza es fundamental para asegurar la calidad y efectividad del proceso educativo. Algunos de los aspectos generales que debe considerar la evaluación se describen a continuación.

Medición del cumplimiento de objetivos

Comprueba en qué medida se han alcanzado los objetivos que se plantearon.

Identificación de fortalezas y debilidades

Genera información en los procesos de mejora y descubre elementos en el modelo de enseñanza que están funcionando bien, así como aquellos que necesitan mejoras. Sin duda, es importante esta tarea, pues permite seguir mejorando el proceso de enseñanza aprendizaje.

Retroalimentación continua

Ofrece retroalimentación en todos los niveles: desde los estudiantes, los docentes, así como información al departamento o institución en virtud de generar contenidos de calidad.

Mejora de la calidad educativa

La evaluación sistemática y bien diseñada contribuye a la mejora de registros de la calidad educativa, que pueden ser proporcionados a organismos acreditadores. Además, pueden ser utilizados para tomar decisiones informadas sobre cambios y mejoras en el currículo y las metodologías de enseñanza.

Ajuste de estrategias pedagógicas

Permite en todo momento seguir ajustando las estrategias pedagógicas en función de los resultados obtenidos, asegurando que se utilicen los métodos más efectivos para el aprendizaje.

A continuación, se describen tres elementos de evaluación que deben ser considerados en el desarrollo, implementación y retroalimentación del modelo de enseñanza (Figura 8).

Figura 8

Evaluaciones previstas en el modelo



Evaluación de los materiales

Se entiende por *evaluación* al sistema de calificación o método que mide el progreso de los estudiantes hacia los objetivos del aprendizaje marcados en los planes curriculares dentro de una institución escolar. Es parte importante del proceso de instrucción, cuyo propósito principal es mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Los propósitos secundarios son proporcionar información a los estudiantes, a sus padres y al centro escolar, sobre el progreso de aprendizaje. Asimismo, detecta los puntos en los que se tienen dificultades. También son un indicador global del logro conseguido en los objetivos educativos.

En el currículo se proponen los criterios sobre *qué, cómo y cuándo* evaluar (Bata-nero, 2001). Por otra parte, la palabra *material* hace referencia a los elementos o equipo manipulativo, software didáctico y no didáctico, libros, problemas, juegos, simuladores, calculadoras, presentaciones digitales y todos los instrumentos que facilitan el trabajo en la clase de estadística y ayudan a descubrir, entender o fortalecer conceptos en diversas fases del aprendizaje (Aguilar et al., 2014; Alsina, 2017).

Evaluación de la aplicación en la enseñanza

El uso de tecnologías enriquece las propuestas didácticas en la enseñanza estadística (Francis, 2010; Meletiou-Mavrotheris y Serradó Bayés, 2012). Las tecnologías emergentes, debido a su naturaleza y contenido, fomentan y potencializan la didáctica de la estadística al ser medios facilitadores para abordar la instrucción y permitir el desarrollo de competencias matemáticas (Pinzón Triana et al., 2015). A la vez, fomentan el desarrollo del razonamiento estadístico (Zapata-Cardona, 2020). Mejoran la alfabetización, desempeño y argumentación estadística de los estudiantes (Aymerich Restoy y Albarracín Gordo, 2016; Berndt et al., 2021; Fernández Morales, 2017; Kazak y Pratt, 2017; Kazak et al., 2016; Pinzón Triana et al., 2015; Rizou y Klonari, 2016).

También son una forma exitosa de enseñanza, si hay interés por parte del estudiante (Horzum y Cakir, 2012; Inzunza, 2016; Sánchez-Cruzado y Sánchez-Compañía, 2020). Sin embargo, la tecnología, por sí sola, no es suficiente para la comprensión debido a que las actividades y la enseñanza constructivista tienen un papel importante en su desarrollo e implementación (Alvarado Martínez y Retamal Pérez, 2012).

Es importante mencionar que la tecnología, por sí sola, no es la solución para mejorar la enseñanza-aprendizaje de la estadística. Se requieren teorías del aprendizaje y estrategias didácticas para incidir en el impacto positivo del aprendizaje de los estudiantes. Otros factores, como la motivación intrínseca o extrínseca de los estudiantes influyen tanto en la enseñanza como en el aprendizaje. La actitud derivada de esa motivación se favorece por las estrategias de enseñanza de métodos activos, como el uso de aprendizajes basados en proyectos (López-Fernández et al., 2019).

Evaluación del impacto en el aprendizaje

La necesidad de formar sociedades cuyos ciudadanos tengan una cultura estadística que les permita analizar la información que diariamente se genera gracias a las TIC, permitirá su correcto aprovechamiento y una mejor toma de decisiones, tanto a nivel profesional como personal. Por ello, los contenidos curriculares de muchas de las carreras que se imparten en las universidades de todo el mundo incluyen en el plan de estudios: el azar y los datos, análisis de datos, estadística, probabilidad o la conjunción de ambas. Se necesita evaluar el pensamiento estadístico tal y como ocurre en los entornos sociales fuera del aula (Garfield & Ben-Zvi, 2008).

No existe una respuesta clara sobre el impacto general del uso de la tecnología en los aprendizajes de los estudiantes porque las investigaciones se centran en problemas específicos, en distintos niveles educativos y tipos de tecnologías empleadas. Sin embargo, la investigación de Tamim et al. (2011) sobre el efecto del uso de la tecnología en las aulas, en comparación con ninguna tecnología para apoyar la enseñanza y los aprendizajes de los estudiantes, encontraron que el alumno promedio en un salón de clases donde se usa tecnología tenía un desempeño 12 puntos porcentuales más alto que en las clases donde no se usa tecnología en la enseñanza para mejorar el aprendizaje. Sin embargo, aclaran que la tecnología educativa no es homogénea por la amplia variedad de modalidades, herramientas y estrategias para el aprendizaje. Por tanto, su efectividad dependerá de qué tan bien ayude esa tecnología a lograr las metas educativas deseadas y apoye los objetivos de la instrucción.

En el mismo sentido, hay investigaciones que demuestran que las conferencias magistrales, en las que el docente expone a toda la clase y los estudiantes son receptores pasivos que solo escuchan al profesor y toman notas, es la forma menos favorable para las actitudes de los estudiantes hacia la estadística; lo anterior impacta negativamente el aprendizaje. Conforme se agrega gradualmente la tecnología en la enseñanza, ésta mejora significativamente (Filiz et al., 2020).

Existe la necesidad de enfoques alternativos para la evaluación. Las técnicas de evaluación tradicionales no brindan mediciones válidas y confiables sobre el razonamiento estadístico (Tishkovskaya & Lancaster, 2012). La evaluación dependerá de las estrategias y técnicas empleadas para la enseñanza-aprendizaje de la estadística, así como de la forma en la que se aborden los contenidos de los programas de enseñanza.

En conclusión, los métodos didácticos que la literatura especializada reporta como efectivos para la enseñanza-aprendizaje de la probabilidad y estadística son el aprendizaje basado en proyectos y el aprendizaje basado en problemas, porque están fundamentados en teorías constructivistas en las que el estudiante es un elemento activo y constructor de su propio conocimiento; el docente es un guía o tutor que, mediante reflexiones, orienta para encontrar la solución correcta. También se suelen trabajar estas metodologías de manera colaborativa, enriqueciendo por medio del debate la socialización del conocimiento.

Los recursos tecnológicos utilizados como medio pedagógico para la enseñanza y aprendizaje de contenidos curriculares de la materia de probabilidad y estadística, además

de enriquecer la enseñanza, permiten al estudiante una mejor comprensión de conceptos matemáticos gracias a su visualización gráfica y la rapidez de cálculos libres de errores al eliminarse la manipulación manual de la información en el procesamiento de la información. Sin embargo, para lograr el perfecto engranaje para la enseñanza-aprendizaje de la estadística, se requiere también la motivación de los estudiantes, así como la conjunción de teorías del aprendizaje y estrategias didácticas para incidir positivamente en su aprendizaje.

COMPONENTES DEL MODELO

El modelo de enseñanza propuesto ofrece una estructura para el aprendizaje de la probabilidad y estadística a nivel universitario, que bajo el enfoque constructivista, fomenta la participación activa del estudiante convirtiéndolo en protagonista y cocreador de su propio conocimiento bajo la guía y retroalimentación oportuna y continua del docente. Por otro lado, el enfoque conectivista, por integrar tecnología de manera efectiva y no solo instrumental, facilita las experiencias interactivas y acceso a recursos educativos pertinentes para el cumplimiento de los objetivos de aprendizaje.

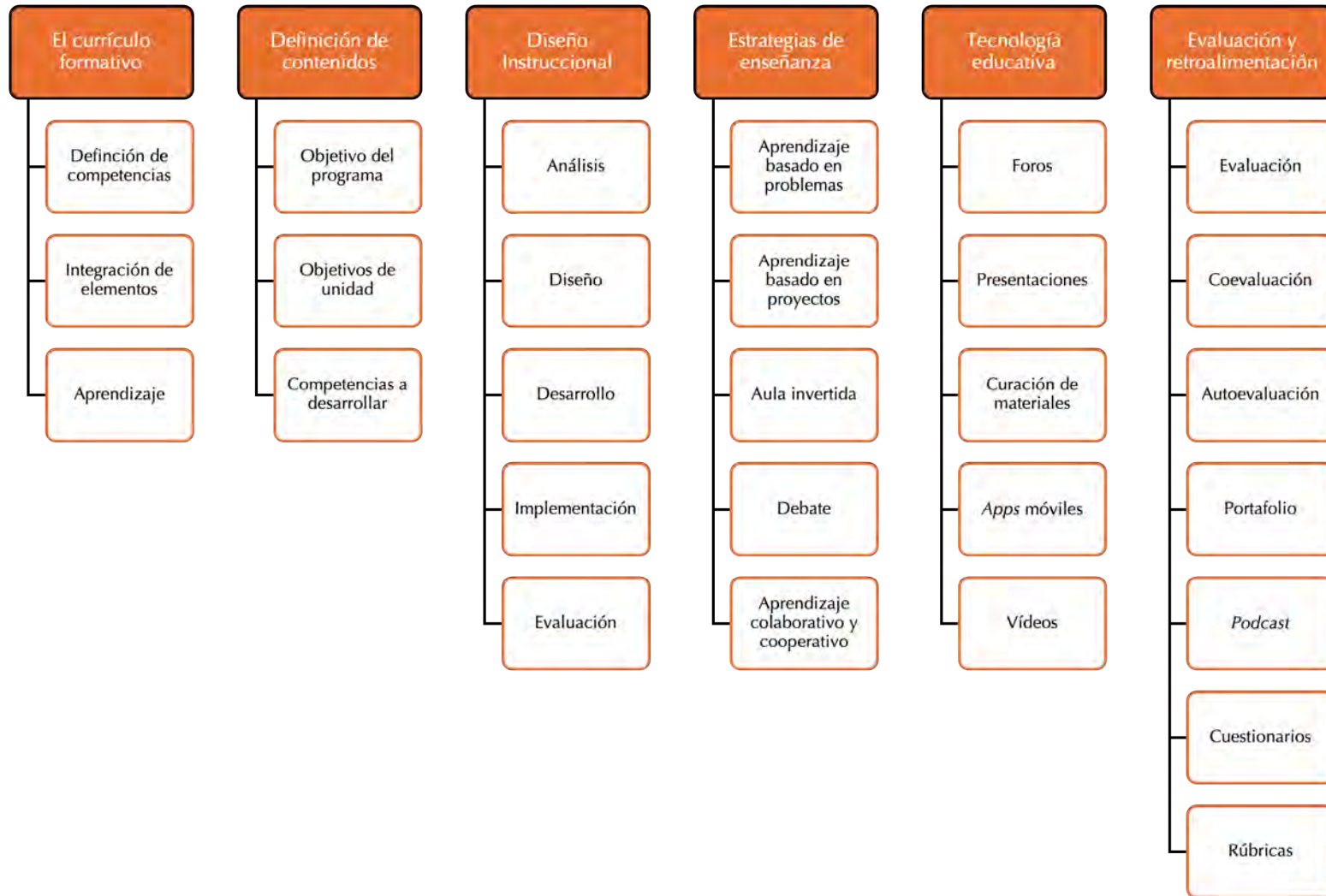
La conjunción de ambos enfoques tiene la capacidad de mejorar la enseñanza al mejorar la comprensión y retención de información, fomenta la participación, personaliza el aprendizaje, da acceso y flexibilidad, lo que potencia el aprendizaje significativo, fomenta la autonomía y motivación de los estudiantes y les proporciona habilidades que demanda la sociedad digital actual.

La tecnología, además de ser un medio de enseñanza digital, permite acceder a datos para analizarlos, hacer inferencias y tomar decisiones basadas en la evidencia de los datos, lo que ayuda a desarrollar el pensamiento crítico del estudiante y le posibilita la resolución de problemas. El trabajo en equipo traspasa el aula física facilitando el trabajo colaborativo, desde la nube, y la comunicación entre pares a través de foros en plataformas educativas, videoconferencias en línea y aplicaciones de mensajería instantánea. Lo anterior prepara a los estudiantes a la adaptación digital la cual es ya una realidad en los entornos laborales que demandan competencias del siglo XXI.

El modelo permitirá transitar a una enseñanza centrada en el aprendizaje con la tecnología como un medio para el logro de autonomía, colaboración y aplicación del conocimiento en el futuro profesional de los estudiantes de una manera innovadora (Figura 9).

Figura 9

Modelo de enseñanza de la estadística aplicando tecnología educativa



ANÁLISIS DEL CURRÍCULO FORMATIVO

La exploración de contenido es realizada a partir del conjunto de temas y contenidos de diferentes análisis de libros de estadística y el orden en que se exponen los temas. El caso de análisis es la asignatura de Probabilidad y Estadística, que se imparte en el primer semestre de las ingenierías que se ofertan en la Facultad de Ingeniería de la UAQ, no tiene una materia subsecuente, por lo que se espera alcanzar hasta un tercer nivel cognitivo en las competencias estadísticas que obtengan los estudiantes al finalizar el curso para cumplir con los objetivos establecidos en el programa curricular. Según Garfield y Ben-Zvi (2008) hay tres niveles cognitivos en estadística, que son las competencias necesarias para la educación estadística y se utilizan al formular los objetivos de aprendizaje (Figura 10).

Figura 10

Nivel cognitivo de competencias estadísticas



Nota. Adaptada con información de Garfield & Ben-Zvi (2008).

Alfabetización estadística

Habilidades básicas para comprender información estadística:

- Organizar datos.
- Construir y presentar tablas.
- Trabajar diferentes representaciones de datos.

- Comprender conceptos, vocabulario y símbolos.
- Comprender la probabilidad como medida de incertidumbre.

Razonamiento estadístico

Razonar con ideas estadísticas y dar sentido a la información. Es más técnico y se enfoca en el *cómo* (métodos y cálculos):

- Comprender y aplicar técnicas estadísticas para resolver problemas concretos.
- Analizar datos e interpretar los resultados utilizando conceptos estadísticos.
- Tomar decisiones basadas en los datos, en sus representaciones o medidas resumen.

Pensamiento estadístico

Son procesos mentales involucrados en la resolución de problemas estadísticos. Va más allá de los cálculos y se enfoca en el *por qué*, integrando estadística en la toma de decisiones basadas en la evidencia de los datos y en la comprensión de la variabilidad, la incertidumbre y el contexto detrás de los datos; así como en la capacidad de transformar y representar datos para facilitar su comprensión y análisis:

- Conectar conceptos estadísticos e ideas de estadística y probabilidad.
- Comprender cómo los datos se originan para estimar probabilidades (considerando fuentes de variabilidad, sesgos y limitaciones) y cómo los modelos se utilizan para simular fenómenos aleatorios.
- Comprender teorías subyacentes, restricciones y limitaciones de los métodos y la inferencia estadísticos.
- Reconocer y comprender el proceso de investigación completo (desde formular preguntas, recolección de datos, elección de análisis, supuestos, pruebas, etc.).
- Saber que método, medida, diseño, modelo estadístico o herramienta inferencial debe utilizar; así como, el *cómo*, *cuándo* y *por qué* se puede usar (Wild & Pfannkuch, 1999).

- Capacidad de comprender y utilizar el contexto de un problema para planificar y evaluar investigaciones y sacar conclusiones e interpretaciones en el contexto de los datos (Chance, 2002).

CONTENIDO CURRICULAR (PROGRAMA)

La propuesta de contenidos se realiza en tres fases: el tiempo de dedicación de un curso normal semestral en la formación de ingenieros, la asignación de contenidos temáticos por unidad, y el análisis de las bibliografías necesarias para dar cobertura teórica a los contenidos del curso. Adicionalmente, en el Anexo 1, se integra una propuesta completa de contenido programático para la materia de Probabilidad y Estadística.

El programa

El orden de unidades en que se imparten los temas y los subtemas se desarrollan a partir del conjunto de competencias a definir (ver la sección anterior: Análisis del currículo formativo). Es necesario considerar que los ejercicios resueltos y los problemas propuestos en las actividades sean enfocados a los contextos ingenieriles, con la finalidad de que el estudiante vislumbre la aplicación práctica de lo que está aprendiendo en cada unidad. Con ello se esperaría que los estudiantes tuvieran una idea clara de la aplicación de la materia en su actividad profesional futura. El contenido por unidades se describe en la Tabla 2.

Tabla 2
Contenido temático

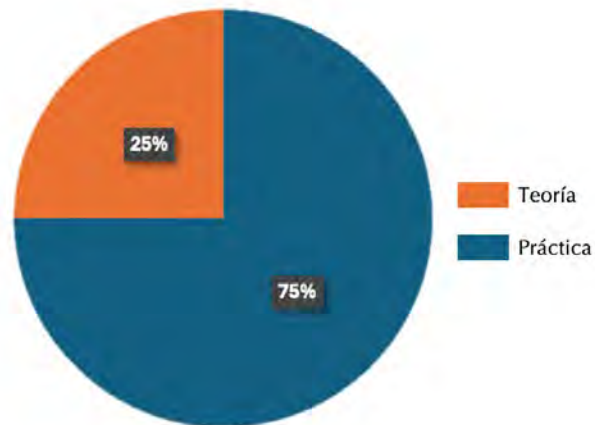
Unidad	Nombre	Hrs.
1	Introducción a la probabilidad y la estadística en la ingeniería	6
2	Fundamentos de probabilidad	9
3	Variables aleatorias y distribuciones de probabilidad	9
4	Estadística descriptiva	9
5	Introducción a la inferencia estadística	6
6	Pruebas de hipótesis	8
7	Regresión y correlación	7

Dedicación

Actualmente, los cursos en educación superior consideran 20 semanas de dedicación total en promedio. Aunque, por días de asueto y vacaciones, muchos cursos son necesariamente ajustados a un desarrollo mínimo de 17 semanas. En cada una de las semanas para los estudiantes de ingeniería se establece un horario de dedicación por materia de tres horas teóricas y 1 hora práctica, lo que permite tener entre 51 y 60 horas para la teoría y 17 a 20 horas para la práctica (Figura 11).

Figura 11

Relación teoría – práctica en el programa



Propuesta bibliográfica

Se realiza una propuesta bibliográfica en virtud de dar solvencia a los diferentes temas que se desarrollan en el curso. Se desglosa completamente la bibliografía pertinente al programa, que se incluye como Anexo a este modelo. La Tabla 3 muestra el orden en que se imparten los temas, la propuesta por libros de probabilidad y estadística y, finalmente, el orden propuesto para los contenidos temáticos propuestos.

Tabla 3
Propuesta bibliográfica por orden temático

Orden del programa		Orden en libros						Orden
Unidad	Nombre del tema	§	●	◆	■	★	▼	propuesto
1	Introducción	1	1	1	1	1	-	1
2	Estadística descriptiva	5	3	2	2	2	1	4
3	Regresión y correlación	8	7	8		8	6	7
4	Fundamentos de probabilidad	2	-	3	-	3	2	2
5	Variables aleatorias	3	2	4		4	-	3*
6	Modelos probabilísticos básicos	4	4	5	3	5	3	3*
7	Introducción a la inferencia	6	5	6	4	-	4	5
8	Pruebas de hipótesis	7	6	7		6	5	6

Los libros analizados en su contenido por unidades son:

Sullivan (2016). §: Montgomery & Runger (2018), Ramachandran & Tsokos (2015), Wackerly et al. (2010), *Walpole et al. (2012). Cambian el orden y no incluyen fundamentos ●: Gutiérrez González y Vladimirovna Panteleeva (2016). Aquellos que solo incluyen en un capítulo lo referente a probabilidad ◆: D'Agostino et al. (2006), Ott & Longnecker (2001). El siguiente libro, muy parecido al anterior, pero no hay un capítulo como introducción a la inferencia como tal y en un solo capítulo están los temas 1 y 2 ★: *Devore (2008). El siguiente libro ya es más especializado para aplicaciones en la industria ■: Gutiérrez Pulido y de la Vara Salazar (2013). ▼ Daniel (2016). Los libros marcados con (*) son los sugeridos por los docentes a los estudiantes como material de consulta.

DISEÑO INSTRUCCIONAL

La aplicación del diseño instruccional ADDIE para el diseño y desarrollo de la propuesta de enseñanza de la asignatura de Probabilidad y Estadística es generada a través de la creación de guiones tecno-pedagógicos por unidad temática. Estas unidades facilitarán la implementación en la plataforma educativa, permitiendo estructurar de manera clara el curso, proponiendo los objetivos generales y específicos de cada tema, las metodologías activas a emplear, la tecnología educativa, los recursos educativos abiertos, las actividades y rúbricas, que permitan a estudiantes y docentes tener a mano los recursos necesarios, los tiempos de entrega y la retroalimentación oportuna.

Análisis

El siguiente modelo de análisis se desarrolla para el curso en general y por cada unidad temática del mismo (Tabla 4).

Tabla 4
Modelo para realizar el análisis en ADDIE

Identificación de necesidades de aprendizaje		
Objetivo	Método	Resultado
Determinar los conocimientos y habilidades que deben lograr los estudiantes	Análisis de la propuesta de programa	Lista de objetivos, de competencias y habilidades que se espera logren los estudiantes
Análisis de los estudiantes		
Objetivo	Método	Resultado
Conocer las características, necesidades y estilos de aprendizajes de los alumnos	Cuestionario de diagnóstico, análisis demográfico y entrevistas	Perfil de los estudiantes, incluyendo nivel de conocimientos y preferencias de aprendizaje
Análisis del contexto educativo		
Objetivo	Método	Resultado
Evaluar el entorno institucional	Observación del aula, los recursos disponibles, tecnológicos, bibliográficos, calendario	Descripción del entorno, recursos disponibles, limitaciones de tiempo y apoyo institucional
Definición de objetivos de aprendizaje		
Objetivo	Método	Resultado
Establecer los objetivos con claridad de manera concisa y tangible	Revisión de estándares educativos y colaboración con los expertos en disciplina	Definición de los objetivos general y específicos de cada unidad temática y del curso en general
Análisis de contenidos		
Objetivo	Método	Resultado
Determinar los temas específicos para cumplir los objetivos de aprendizaje	Revisión de libros, textos, artículos y otros materiales educativos (curación)	Lista de temas y subtemas con detalle

Tabla 4*Modelo para realizar el análisis en ADDIE*

Análisis de recursos y herramientas		
Objetivo	Método	Resultado
Identificar los recursos y herramientas necesarios para llevar a cabo la instrucción	Inventario de recursos tecnológicos, revisión de software de uso y materiales de reúso	Lista de recursos y herramientas, como computadoras, software, calculadoras, materiales de lectura

La fase de análisis para la materia de Probabilidad y Estadística se muestra en el Anexo 2, siguiendo el formato propuesto en la Tabla 5.

Tabla 5*Formato para realizar el análisis en ADDIE*

Fase de Análisis del Diseño Instruccional en el modelo ADDIE
Identificación de necesidades de aprendizaje
Análisis de los estudiantes
Análisis del contexto educativo
Definición de objetivos de aprendizaje
Análisis de contenidos
Análisis de recursos y herramientas

Es importante recordar que los elementos que se generan en la fase Análisis serán entregables en la fase Diseño, que se desarrolla a continuación.

Diseño

Diseño es la actividad que permite centrar la planificación en detalle de cómo se llevará la instrucción (enseñanza). Consiste en retomar los objetivos de aprendizaje resueltos en la fase de Análisis, para desarrollar la estrategia de enseñanza, el diseño de actividades de aprendizaje, los materiales didácticos, los criterios de evaluación y la organización de tiempos en un cronograma que inserte los tiempos designados para cada una de las actividades.

La fase Diseño se integra en la Tabla 6, mostrando los objetivos en cada una de las fases y cómo desarrollarlos, mostrando algunos ejemplos.

Tabla 6
Fase de Diseño en ADDIE

Consideración de los objetivos de aprendizaje	
Objetivo	Ejemplo
Retomar como punto de partida los objetivos de aprendizaje planteados en el análisis	Se toman los resultados obtenidos en el análisis
Definición de estrategias de enseñanza	
Objetivo	Ejemplo
Elegir las estrategias pedagógicas para alcanzar los objetivos	Aprendizaje basado en proyectos, aprendizaje colaborativo, cooperativo, aula invertida, debate
	Uso de tecnología
Actividades de aprendizaje	
Objetivo	Ejemplo
Planificar las actividades que permitan la práctica de los estudiantes y la aplicación de los conocimientos	Ejercicios prácticos, problemas y proyectos de investigación, simulaciones, bases de datos para análisis
Materiales didácticos	
Objetivo	Ejemplo
Crear, seleccionar o planificar el desarrollo de materiales usados en la enseñanza	Guías de estudio, presentaciones, audios, videos, ejemplos en software educativo, materiales en plataforma
Planeación de la evaluación	
Objetivo	Ejemplo
Diseñar las herramientas, métodos, rúbricas o elementos que permitan evaluar el avance, rendimiento en la obtención de los objetivos de aprendizaje	Diseño de pruebas y exámenes, rúbricas de evaluación de tareas y proyectos, autoevaluaciones y coevaluaciones
Organización de tiempos	
Objetivo	Ejemplo
Planificar, a partir del tiempo designado a la unidad las actividades, ejercicios y evaluaciones y llevarlos a un cronograma	Establecer los tiempos al menos por sesión, de los temas, exámenes o demás actividades que se diseñaron.

Los elementos que se generan en la fase de diseño son insumos en la fase de desarrollo, hay que tomar en cuenta que cada una de las unidades puede tener su fase de Diseño, pero también se puede aplicar por temas de acuerdo con la profundidad de estos.

Tabla 7*Formato de la fase de Diseño en ADDIE*

Fase de Diseño en el modelo ADDIE
Consideración de los objetivos de aprendizaje
Definición de estrategias de enseñanza
Actividades de aprendizaje
Materiales didácticos
Planeación de la evaluación
Organización de tiempos

La Tabla 7 representa el documento de salida de la fase Diseño en ADDIE. En el Anexo 2 se ve el ejemplo y contenidos desarrollados para Probabilidad y Estadística.

Desarrollo

En la fase Desarrollo del modelo ADDIE se integran las condiciones del diseño como insumo y se generan las instrucciones para la creación de materiales, de actividades de aprendizaje y los elementos de evaluación. El modelo puede integrar en un documento lo que se desarrollará como guion tecnopedagógico, que contiene las tres secciones en diferentes elementos, mostrando las características, los contenidos, su origen para el desarrollo (Figura 12).

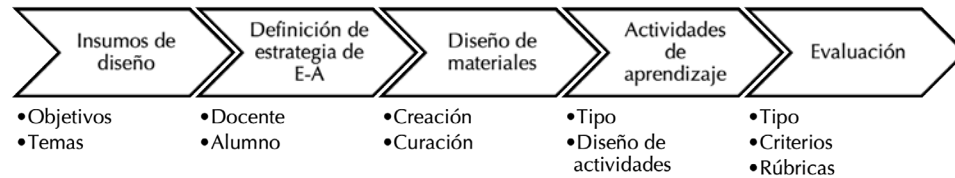
Figura 12*Insumos para el Desarrollo en el diseño instruccional*

En consideración, dichas actividades serán generadas para interactuar a través de plataformas digitales. Se integran también instrucciones para su programación, de ahí que se le considere como guion de desarrollo.

A partir de los insumos de diseño es necesario establecer una estrategia de enseñanza-aprendizaje. Dependiendo de la selección de los materiales, las actividades y los criterios para la evaluación se deberán ajustar, de ahí que el proceso llevará el orden que se describe en la Figura 13.

Figura 13

El Desarrollo en diseño instruccional



Estrategias de enseñanza

- Aprendizaje Basado en Proyectos: Aplicación de la estadística en casos reales.
- Aprendizaje activo: Clases interactivas y actividades prácticas.
- Aprendizaje Basado en Problemas: que sean del contexto y de aplicación real de la carrera en que se imparte la signatura para generar el interés de los estudiantes.
- Discusión y debate: como medio de socialización de lo aprendido y que se utiliza en conjunción con otras estrategias de aprendizaje.
- Aprendizaje colaborativo: Trabajos en grupo y discusión de resultados.
- Aula invertida (*flipped classroom*): Uso de recursos digitales para el estudio previo a las clases presenciales.

Creación de materiales didácticos

- Guías de estudio.
- Presentaciones.
- Videos educativos.
- Curación de materiales.

El proceso mediante el cual se adaptan materiales genéricos y se especializan o se reconstruyen a través de la organización, contextualización, selección de recursos de aprendizaje con criterios pedagógicos es especificado como curación de materiales, entre los cuales se seleccionan los siguientes:

- Audios.
- Videos.
- Textos.

Actividades de aprendizaje

- Ejercicios.
- Proyectos.
- Tareas.
- Simulaciones.
- Bases de datos.
- Experimentos.
- Elementos de evaluación.
- Pruebas.
- Exámenes.
- Rúbricas de evaluación.
- Cuestionarios.

Implementación

Programación y creación de materiales

Desarrollo de recursos tecnológicos

En la tercera fase del modelo se hizo la implementación en la plataforma *Classroom* a partir de lo diseñado en los guiones tecnopedagógicos desarrollados en la etapa previa, junto con los materiales, recursos educativos tanto abiertos como de creación propia; así como las especificaciones de la manera en que debían ser abordados los temas y actividades

propuestas con las diferentes metodologías activas. Finalmente, en la cuarta fase se hizo la evaluación del modelo, mediante instrumentos utilizados dentro del curso que sirvieron para evaluar tanto a la investigación como a los alumnos y nos permiten saber si con los cambios propuestos y diseñados se lograron los aprendizajes que se pretendían alcanzar.

- Entorno de enseñanza aprendizaje.
- Definición de estrategias de enseñanza aplicables.
- Recursos multimedia (videos explicativos, simulaciones, tutoriales interactivos).
- Herramientas de colaboración (foros, *wikis*, grupos de discusión en línea).
- Sistemas de evaluación y retroalimentación automatizados.
- Evaluaciones formativas y sumativas: Combinar pruebas tradicionales con evaluaciones en línea y proyectos.
- Uso de software.
- Plataformas de aprendizaje.
- Aplicaciones móviles.

Evaluación

Revisión y prueba de materiales

- Revisión de pares.
- Pruebas piloto.
- Ajustes y mejoras.

EVALUACIÓN Y RETROALIMENTACIÓN DEL MODELO

- Evaluaciones continuas a través de cuestionarios en línea.
- Coevaluación y autoevaluación.
- Análisis de datos de aprendizaje para detectar áreas de mejora.
- Sistemas de retroalimentación inmediata mediante plataformas tecnológicas.
- Uso de portafolios digitales para documentar y evaluar el progreso del estudiante.
- Evaluación.

- Podcast de reflexión.
- Examen de conocimientos.
- Manejo de cuestionarios.

IMPLEMENTACIÓN Y SEGUIMIENTO

Para garantizar la efectividad del modelo propuesto, se requiere un sistema de evaluación y seguimiento continuo que permita medir su impacto en el aprendizaje, identificar áreas de mejora y asegurar su correcta implementación. Para desarrollar el modelo se desarrollaron pruebas en la materia de probabilidad y estadística de las carreras de ingeniería de la Facultad de Ingeniería de la UAQ. A continuación, se describen una serie de acotaciones con respecto a la implementación, evaluación y seguimiento del modelo.

Evaluación del proceso de implementación

Es importante generar un registro del uso de la tecnología, para posteriormente tener un banco de aplicaciones y programas que sean resueltos en clase o bien con el paso del tiempo se complemente. Adicionalmente a este registro de uso de tecnología se proponen la aplicación de los siguientes instrumentos:

Indicadores de adopción tecnológica

Medir el uso real de las herramientas digitales (plataformas, software estadístico, entornos colaborativos) mediante métricas de acceso, participación en foros y uso de simulaciones. Estas mediciones pueden adicionarse a un indicador general que evalúe parámetros las acciones o bien se pueden desarrollar métricas de manera individual, adecuada a cada una de las herramientas aplicadas.

Encuestas a docentes y estudiantes

Recoger percepciones sobre la facilidad de uso, utilidad pedagógica y desafíos encontrados en la aplicación del modelo. Se sugiere tener, al menos, una encuesta anterior al inicio del curso y una al finalizar el modelo propuesto. Se sugiere la evaluación pre-test y pos-test. El resultado de ambas pruebas permitirá establecer un parámetro de mejora o de la correcta aplicación del modelo.

Observación de clases

Se sugiere que, al menos en las primeras implementaciones del modelo, se registre en bitácora los efectos observados en los alumnos, la retroalimentación del proceso de enseñanza, y si se generaron cambios a los materiales. En este sentido, se sugiere realizar registros sistemáticos para evaluar cómo se integran los enfoques constructivista y conectivista en la práctica docente. Hay que detectar qué elementos se desarrollan mejor colaborativamente o, si se ponen en práctica metodologías activas, tener un registro de su implementación y de lo logrado.

EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE Y COMPETENCIAS

Si se considera que la evaluación es un proceso sistemático que permite medir, analizar y valorar el logro de los aprendizajes y el desarrollo de competencias en los estudiantes, en esta sección se desarrollan las propuestas iniciales para lo que se establece como mecanismos propios de evaluación de los aprendizajes. Es importante denotar que el modelo no se limita a la calificación de exámenes, pues contradice el uso de metodologías activas de enseñanza, sino que abarca la recolección de evidencias cualitativas y cuantitativas para determinar si los objetivos educativos se han alcanzado.

Es importante recordar que el propósito principal del modelo es mejorar la enseñanza y el aprendizaje, identificando fortalezas, debilidades y oportunidades de crecimiento tanto en los estudiantes como en la metodología docente, por lo que es importante ir desarrollando un banco de ejercicios de evaluación. Inicialmente se sugieren los siguientes:

Evaluaciones formativas

Implementar rúbricas que midan no solo conocimientos teóricos, sino también habilidades analíticas, pensamiento crítico y aplicación en contextos reales. Por ejemplo, se sugiere desarrollar un banco de proyectos con datos auténticos, que sobre todo, se ajusten a las diferentes especializaciones en las que se desarrollan los ingenieros.

Portafolios digitales

En las primeras implementaciones es importante que los estudiantes documenten su progreso, incluyendo análisis estadísticos, reflexiones metacognitivas y trabajos colaborativos. El portafolio estudiantil se puede ir enriqueciendo con el portafolio docente, donde

se integren nuevos ejercicios al banco de tareas, o bancos de datos con los que se puedan practicar los conceptos desarrollados.

Pruebas de desempeño

Aunque suele tener una mayor exigencia para los alumnos, también se considera importante evaluar la capacidad de resolver problemas complejos mediante casos prácticos que requieran inferencia estadística y uso de herramientas tecnológicas (*R*, *Python*, simulaciones). En este sentido se sugieren algunas pruebas de tipo colaborativo a manera de concurso, fomentando el desarrollo de nuevas alternativas de aprendizaje y sobre todo la democratización del conocimiento.

Es importante considerar la evaluación como un ejercicio continuo, de carácter formativo y alineado con los objetivos pedagógicos. Dado que se considera que el modelo es un enfoque innovador, pues está fundamentado en las teorías constructivista-conectivista, cobra especial importancia la retroalimentación oportuna que, sobre todo, permitirá desarrollar en los alumnos una cultura de auto regulación.

Es importante que en todo momento el estudiante, vía la tecnología, tenga facilidad de ser consciente de sus procesos mediante un seguimiento continuo en plataformas que registran progresos, herramientas de análisis de datos educativos y espacios colaborativos donde se evidencia el desarrollo de competencias. Así, la evaluación deja de ser un fin en sí misma para convertirse en una herramienta de mejora constante, tanto para los estudiantes como para el sistema educativo.

IMPACTO A MEDIANO Y LARGO PLAZO

Aunque es uno de los propósitos de evaluación del modelo, deberán implementarse estrategias que permitan medir los efectos duraderos del modelo educativo en egresados. Se requiere un sistema de seguimiento activo, sistemático y con múltiples canales de interacción.

Se sugiere establecer un proceso que vaya más allá de encuestas esporádicas y se convierta en una herramienta estratégica para la mejora continua del programa académico. Aquí se describen algunos ejercicios que pueden implementarse.

Seguimiento a egresados

En el ejercicio institucional, incluir al menos una o dos preguntas que permitan medir cómo aplican los conocimientos estadísticos en su vida profesional, puede también hacerse un ejercicio cuantitativo. Aunque la muestra es complicada de obtener, se contempla tener al menos un conjunto de entrevistas con egresados, a mediano plazo.

Estudios comparativos

Contar con un registro semestral que permitan contrastar los grupos generacionales, también diferenciarlos transversalmente, sobre todo con aquellos grupos que no han implementado ningún tipo de modelo específico o que aplicaron métodos tradicionales, analizando rendimiento académico, retención de conocimiento y habilidades transferidas.

Indicadores de empleabilidad

Aunque este efecto es difícil de medir, por la dificultad que se tiene de evaluar si los egresados demuestran mayores competencias en análisis de datos y adaptación a entornos digitales, se pueden tener, al menos, una o dos preguntas en la encuesta de egresados que permitan reconocer qué conocimientos y habilidades transversales les han sido funcionales en sus empleos.

MECANISMOS DE MEJORA CONTINUA

Es importante generar algún modelo de análisis de datos educativos para identificar patrones, diferencias, mejoras o situaciones de crisis en el proceso de enseñanza. Por ejemplo: temas con mayor dificultad, deserción en actividades en línea. Con los resultados se deberán aplicar estrategias de ajuste y corrección.

De igual forma, se contempla la creación de academias de la enseñanza de la probabilidad y estadística, y establecer un comité de revisión, integrado por el claustro de docentes que imparten la materia en las diferentes ingenierías. Incluso, se propone crear grupos interdisciplinarios (con docentes, expertos en tecnología educativa, estadísticos en otras carreras o facultades) para evaluar resultados y proponer actualizaciones al modelo.

La evaluación del modelo debe ser integral, continua y basada en evidencia, combinando datos cuantitativos (rendimiento, uso de tecnología) y cualitativos (percepciones, estudios de casos). Esto permitirá no solo validar su eficacia, sino también adaptarlo a las

necesidades emergentes de la educación superior y las demandas del mercado laboral. La clave está en mantener un equilibrio entre innovación pedagógica, uso estratégico de la tecnología y evaluación rigurosa para formar profesionales competentes en estadística y análisis de datos.

CONCLUSIONES

El trabajo desarrollado en los capítulos anteriores destaca la importancia de integrar un modelo estructurado para la enseñanza de la estadística en la educación superior. El ejercicio se realiza al interior de la Facultad de Ingeniería de la UAQ, particularmente, en las carreras de ingenierías, pero pretende convertirse en un modelo aplicable a otras áreas como la ingeniería química, física y afines, que apliquen la probabilidad y estadística en el marco profesional.

El trabajo se concientizó con el principio de fomentar el pensamiento estadístico y su aplicación en la toma de decisiones en contextos profesionales, que regularmente es la manera en que se aplican dichos conocimientos. A lo largo del análisis, se identificaron varios aspectos clave que justifican la necesidad de un enfoque renovado en la enseñanza de esta disciplina, pues, a pesar de que internacionalmente se han publicado algunos tratados sobre la enseñanza de la probabilidad y estadística en la educación superior en México, se incluye, principalmente, como un elemento complementario de la formación, siendo uno o dos cursos como máximo en el desarrollo de las profesiones de ingeniería.

En primer lugar, se evidenció que el pensamiento estadístico es fundamental en la formación de los ingenieros, ya que les permite analizar datos, inferir relaciones causales y optimizar procesos en entornos de incertidumbre. Sin embargo, los programas curriculares actuales enfrentan desafíos, como la falta de conexión entre la teoría y la práctica, la escasa integración de conceptos como variabilidad y aleatoriedad, y la limitación de tiempo que conduce a un aprendizaje superficial y memorístico.

Por otro lado, las tendencias actuales en alfabetización estadística destacan la necesidad de formar profesionales críticos y activos, capaces de utilizar herramientas tecnológicas para el análisis de datos. Aunque existen estudios que respaldan el uso de TIC en la enseñanza de la estadística, aún son escasos los trabajos que evalúan su impacto en el desarrollo del razonamiento inferencial y las habilidades argumentativas. Tampoco se ha sistematizado su aplicación y, más bien, en la mayoría de los casos la herramienta aplicada consiste en una decisión basada en la experiencia profesional del docente.

El caso de estudio de la Facultad de Ingeniería de la UAQ permitió identificar que, a pesar de que la asignatura Probabilidad y Estadística se imparte en diversas ingenierías, existe una disparidad en su enfoque pedagógico. Esto refuerza la necesidad de un modelo de enseñanza que integre tecnología educativa, métodos activos de aprendizaje y contenidos alineados con las necesidades profesionales de los estudiantes.

Finalmente, se concentran estas premisas en un modelo efectivo de enseñanza de la estadística en ingeniería, que debe:

1. Promover un aprendizaje significativo, mediante el análisis de datos reales y proyectos aplicados.
2. Incorporar tecnología educativa, para facilitar la comprensión de conceptos abstractos y fomentar habilidades metacognitivas.
3. Fortalecer el razonamiento estadístico, a través de secuencias didácticas bien diseñadas y estrategias que vinculen la probabilidad con la inferencia.
4. Adaptarse a las necesidades curriculares, de cada carrera, asegurando que los contenidos sean relevantes para la formación profesional.

En síntesis, la implementación de un modelo innovador que combine fundamentos pedagógicos, tecnología y aplicaciones prácticas no solo mejorará el aprendizaje de la estadística, sino que también contribuirá a la formación de ingenieros mejor preparados para enfrentar los desafíos de un mundo basado en datos. Futuras investigaciones deberán evaluar el impacto de estas estrategias en el rendimiento académico y la transferencia de conocimientos al ámbito laboral.

El libro está fundamentado en una revisión de la literatura de los últimos 15 años. Identificó las tendencias, fortalezas y limitaciones en la enseñanza de la estadística con apoyo de tecnología educativa. Es notable que muchos trabajos analizados muestran que el software interactivo (*TinkerPlots*, *GeoGebra*, *R* y *Python*) ayuda en el proceso de enseñanza, pero, sobre todo, mejora la comprensión de conceptos abstractos mediante visualizaciones dinámicas y simulaciones. Sin embargo, se ha reportado que la efectividad depende, en gran medida, de una metodología pedagógica bien estructurada, ya que la mera incorporación de tecnología como simple herramienta no garantiza un aprendizaje significativo; y genera en los estudiantes cierta aversión por la materia. A través de estas evidencias, los enfoques

más exitosos combinan tecnología con estrategias didácticas activas, como el aprendizaje basado en problemas y el trabajo colaborativo, lo que ha reportado que, principalmente, fomentan el razonamiento estadístico crítico, que es uno de los principales objetivos del libro.

Otro de los hallazgos clave que se encuentra en los registros académicos, es la necesidad de superar la enseñanza tradicional centrada en cálculos mecánicos y fórmulas, ya que no ha logrado cumplir el objetivo de alcanzar el pensamiento estadístico. De ahí que se debe pensar en un cambio de estrategias, donde se reemplaza todo por un enfoque que priorice la interpretación de datos y la toma de decisiones en contextos reales. Es de suma importancia destacar cómo la simulación y el análisis interactivo permiten a los estudiantes pasar de un razonamiento intuitivo a uno basado en evidencia. No obstante, persisten desafíos, como la falta de formación docente en herramientas tecnológicas y la escasa integración de la estadística inferencial en los currículos, lo que limita su aplicación profesional. Esto lleva a un reto adicional: desarrollar planes que permitan fortalecer la formación docente en la enseñanza, incluyendo herramientas, pero sobre todo haciendo una revisión de modelos pedagógicos aplicables.

Un componente esencial, que es importante añadir en el proceso de educación de la estadística moderna, es la programación; especialmente, con lenguajes como *Python* y *R*, que facilitan el manejo de grandes volúmenes de datos y el desarrollo de habilidades analíticas. Claro, habrá que iniciar con algoritmos aplicables y viables con bajos volúmenes de datos. Sin embargo, su inclusión en los planes de estudio requiere una planificación cuidadosa para evitar sobrecargar a los estudiantes con contenidos técnicos sin conexión con los conceptos estadísticos fundamentales. Es importante resaltar la importancia de adaptar las metodologías a las necesidades disciplinares, en el caso de facultades como la de ingeniería, a pesar de que la estadística pueda pensarse como un elemento de enseñanza común entre todas las carreras de ingeniería, deberá especializarse su enseñanza, como pudo observarse en algunos estudios sobre especializaciones en bioestadística o ingeniería civil, en instrumentación, donde la contextualización de los problemas incrementa la motivación y la transferencia de conocimientos.

Es importante destacar que en futuras investigaciones deberán evaluar el impacto de estas estrategias en el largo plazo, asegurando que los estudiantes no solo adquieran competencias técnicas, sino también un pensamiento estadístico aplicable a su vida profesional y personal. Solo así se logrará una auténtica alfabetización estadística en un mundo cada vez más guiado por datos.

El modelo de enseñanza presentado integra de manera estratégica los enfoques constructivista y conectivista para transformar el aprendizaje de la probabilidad y la estadística en la enseñanza de la ingeniería, pero puede aplicarse en nivel universitario. Sobre todo, hay que destacar que se fomenta la participación activa del estudiante como protagonista de su propio conocimiento, bajo la guía del docente y el uso de tecnología educativa, con lo que se logra un equilibrio entre la construcción individual del saber y la conexión con recursos digitales interactivos. Esta combinación no solo mejora la comprensión y retención de conceptos, sino que también promueve un aprendizaje autónomo, colaborativo y adaptado a las demandas de la sociedad digital.

La tecnología, más allá de ser una herramienta instrumental, se deberá tratar siempre con un sentido didáctico. De lo contrario, no tiene sentido su inclusión. Lo anterior la convierte en un medio para desarrollar pensamiento crítico y habilidades analíticas, esto permite a los estudiantes explorar datos reales, realizar inferencias y tomar decisiones basadas en evidencia. Plataformas digitales, simulaciones y entornos de programación (como *R* o *Python*) facilitan la aplicación práctica de los conocimientos, acercando la estadística a problemas profesionales y cotidianos. Además, el trabajo colaborativo en entornos virtuales mediante foros, videoconferencias y herramientas en la nube, prepara a los estudiantes para los desafíos de un mundo laboral que exige competencias digitales y trabajo en equipo distribuido.

Uno de los mayores aportes del modelo es su capacidad para personalizar el aprendizaje, adaptándose a los ritmos y necesidades individuales sin perder de vista los objetivos curriculares. Al incorporar metodologías activas (como proyectos, aprendizaje basado en problemas y retroalimentación continua), se rompe con la enseñanza tradicional memorística, reemplazándola por un enfoque dinámico que prioriza la resolución de problemas y la transferencia de conocimientos a contextos reales. Esto no solo incrementa la motivación estudiantil, sino que también fortalece habilidades metacognitivas y de autorregulación.

En conclusión, este modelo representa un avance significativo hacia una educación estadística innovadora, inclusiva y alineada con las exigencias del siglo XXI. Al centrarse en el aprendizaje significativo, la colaboración y el uso estratégico de la tecnología, no solo mejora los resultados académicos, sino que también forma profesionales capaces de

analizar datos, tomar decisiones informadas y adaptarse a entornos laborales en constante evolución. Futuras implementaciones deberán evaluar su escalabilidad en distintas disciplinas, así como el impacto a largo plazo en la formación de egresados con competencias estadísticas sólidas y aplicables.

REFERENCIAS

- Al-Matar, N. (2015). Advancing Statistical Education using Technology and Mobile Devices. *IOSR Journal of Mobile Computing y Application*, 2(1), 18-26. <https://www.iosrjournals.org/iosr-jmca/papers/Vol2-issue1/D0211826.pdf>
- Albert Huerta, J. A., Ruiz Hernández, B., Inzunza Cazares, S., Hernández González, S., y López-Mojica, J. M. (2016). *Hacia la innovación en educación estadística*. Documento de trabajo. <https://core.ac.uk/reader/287746473>
- Aguilar Juárez, I., Ayala de la Vega, J., Lugo Espinosa, O., y Zarco Hidalgo, A. (2014). Análisis de criterios de evaluación para la calidad de los materiales didácticos digitales. *Revista Iberoamericana de la Ciencia Tecnología y Sociedad (CTS)*, 9(25), 73-89. <https://ojs.revistacts.net/index.php/CTS/article/view/614>
- Ali, Z. M., Shahabuddin, F. A., Abidin, N. Z., Suradi, N. R. M. & Mustafa, Z. (2011). Teamwork Culture in Improving the Quality of Learning Basic Statistics Course. *Procedia–Social and Behavioral Sciences*, 18, 326-334. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.05.046>
- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en educación infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, 34(95), 25-48. https://thales.cica.es/epsilon_d9/node/4662
- Alvarado, H., Estrella, S., Retamal, L., y Galindo, M. (2018). Intuiciones probabilísticas en estudiantes de ingeniería: implicaciones para la enseñanza de la probabilidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(2), 131-157. <https://doi.org/10.12802/relime.18.2121>
- Alvarado Martínez, H., y Retamal Pérez, L. (2012). Dificultades de comprensión del teorema central del límite en estudiantes universitarios. *Educación Matemática*, 24(3), 151-171. <https://doi.org/10.24844/EM2402.06>
- ASA. (2016). *Guidelines for Assessment and Instruction Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) College Report 2016*. American Statistical Association. https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GaiseCollege_Full.pdf
- Aymerich Restoy, À. y Albarracín Gordo, L. (2016). Complejidad en el proceso de modelización de una tarea estadística. *Modelling in Science Education and Learning*, 9(2), 5-19. <https://polipapers.upv.es/index.php/MSEL/article/view/4121/4718>
- Barría Lobos, C., Rodríguez Fernández, S., y Salmerón Vílchez, P. (2017). Autorregulación del aprendizaje en centros educativos de Granada donde se utilizan las Tecnologías de la Información y la Comunicación. *ReiDoCrea: Revista electrónica de investigación Docencia Creativa*, 6(13), 140-155. <http://hdl.handle.net/10481/45370>

-
- Batanero, C., Gea, M. M., Arteaga, P., Contreras, J. M., y Díaz, C. (2018). Conocimiento del contenido sobre correlación y regresión de futuros profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(3), 325-342. <https://doi.org/10.12802/relime.18.2134>
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Universidad de Granada. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.3946.7044>
- Batanero, C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. *Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística*, 2, 55-61. <https://documat.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4770161>
- Belloch, C. (2017). *Diseño Instruccional*. Documento de trabajo de la Unidad de Tecnología Educativa de la Universidad de Valencia. <https://www.uv.es/bellohc/pedagogia/EVA4.pdf>
- Bergmann, J., & Sams, A. (2012). *Flip Your Classroom: Reach Every Student in Every Class Every Day*. International Society for Technology in Education.
- Berndt, M., Schmidt, F. M., Sailer, M., Fischer, F., Fischer, M. R., & Zottmann, J. M. (2021). Investigating statistical literacy and scientific reasoning y argumentation in medical-, social sciences-, and economics students. *Learning and Individual Differences*, 86, 101963. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2020.101963>
- Bolaño Muñoz, O. E. (2020). El constructivismo: Modelo pedagógico para la enseñanza de las matemáticas. *educare*, 24(3), 488-502. <https://doi.org/10.46498/reduipb.v24i3.1413>
- Borovcnik, M. (2020). Contexts, analogies, and tasks that expose the purpose of the key concepts of probability. *Zetetiké*, 28, e020008. <https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8657607>
- Boyle, E. A., MacArthur, E. W., Connolly, T. M., Hainey, T., Manea, M., Kärki, A., & van Rosmalen, P. (2014). A narrative literature review of games, animations and simulations to teach research methods and statistics. *Computers & Education*, 74, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2014.01.004>
- Brown, E. N. & Kass, R. E. (2009). What is statistics? *The American Statistician*, 63(2), 105-110. <https://doi.org/10.1198/tast.2009.0019>
- Capilla, C. (2014). *A First Course in Statistics for Computer Engineering Undergraduate Students*. IATED, 1-9. <https://riunet.upv.es/server/api/core/bitstreams/09cd4e4c-d1b3-4cda-8a7c-a6b5516f38bd/content>
- Chance, B. L. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education*, 10(3), 1-14. <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910677>
- Cuevas, H., Solís Moreira, C., y Silva Contreras, I. (2019). Programación computacional y análisis de datos en educación estadística. *Areté: Revista Digital del Doctorado en Educación de la Universidad Central de Venezuela*, 5(9), 11-27. http://saber.ucv.ve/ojs/index.php/rev_arete/article/view/16277
-

- D'Agostino, R. B., Sullivan, L. M., & Beiser, A. S. (2006). *Introductory applied biostatistics* (6ª ed.). Cengage Learning
- Daniel, W. W. (2016). *Bioestadística Base para el análisis de las ciencias de la salud* (4ª ed.). LIMUSA.
- Davidson, H., Jabbari, Y., Patton, H., O'Hagan, F., Peters, K., & Cribbie, R. (2019). Statistical Software Use in Canadian University Courses: Current Trends and Future Directions. *Teaching of Psychology*, 46(3), 246-250. <https://doi.org/10.1177/0098628319853940>
- de Souza Oliveira, F. J., y de Faria Reis, D. A. (2019). Uso de tecnologías digitales en encuestas de opinión: discusiones sobre el componente afectivo de la alfabetización estadística desde el modelo Iddo Gal. *Revista Brasileira de Educação Científica y Educação Matemática*, 3(2). <https://doi.org/10.33238/ReBECCEM.2019.v.3.n.2.22449>
- de Souza Oliveira, F. J. (2020). Aspectos y posibilidades sobre el uso de tecnologías digitales en Educación Estadística: discusiones basadas en la metodología de Nepso. *Investigación y Docencia*, 1(1), 1-27.
- Devore, J. L. (2008). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. Cengage Learning.
- Díaz-Barriga, F., Lule, M. de L., Pacheco, D., Saad, E., y Rojas-Drummond, S. (2016). *Metodología de Diseño Curricular para Educación Superior*. Trillas.
- Downes, S. (2008). Places to Go: Connectivism & Connective Knowledge. *Innovate: Journal of Online Education*, 5(1), Article 6. <https://nsuworks.nova.edu/innovate/vol5/iss1/6>
- Downes, S. (2022). Connectivism. *Asian Journal of Distance Education*, 17(1), 58-87. <https://www.asianjde.com/ojs/index.php/AsianJDE/article/view/623>
- Esquivel Gámez, I. (2014) (Coord.). *Los Modelos Tecno-Educativos, revolucionando el aprendizaje del siglo XXI*. https://www.uv.mx/personal/iesquivel/files/2015/03/los_modelos_tecno_educativos__revolucionando_el_aprendizaje_del_siglo_xxi-4.pdf
- Estrella, S., Olfos, R., y Mena-Lorca, A. (2015). El conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de primaria. *Educ. Pesqui.*, 41(02), 477-493. <https://doi.org/10.1590/S1517-97022015041858>
- Fernández Morales, A. (2017). Enriqueciendo la experiencia del aprendizaje de Estadística con animaciones interactivas D3.js: Aplicaciones para seguros de las cadenas de Markov. *Revista Internacional de Investigación e Innovación Educativa*, 7, 25-37.
- Fidalgo Blanco, A., Sein-Echaluce Lacleta, M. L., y García Peñalvo, F. (2017). Aprendizaje Basado en Retos en una asignatura académica universitaria. *IE Comunicaciones: Revista Iberoamericana de Informática Educativa*, 25, 1-8. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6067451>
- Filiz, M., Early, E., Thurston, A., & Miller, S. (2020). Measuring and improving university students' statistics self-concept: A systematic review. *International Journal of Educational Research Open*, 1, 100020. <https://doi.org/10.1016/j.ijedro.2020.100020>

-
- Fonseca, H., y Bencomo, M. N. (2011). Teorías del aprendizaje y modelos educativos: Revisión Histórica. *Salud, Arte y Cuidado*, 4(1), 71-93. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3938580>
- Francis, G. (2010). Online learning materials: are they put to different uses by online and on campus students? En C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8, July, 2010)*, Ljubljana, Slovenia. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. https://iase-web.org/documents/papers/icots8/ICOTS8_9G1_FRANCIS.pdf?1402524972
- García Martín, J. y Pérez Martínez, J. E. (2018). Aprendizaje basado en proyectos: método para el diseño de actividades. *Revista Tecnología, Ciencia y Educación*, 10, 37-63. <https://doi.org/10.51302/tce.2018.194>
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Students' Statistical Reasoning. Connecting Research and Teaching Practices*. Springer.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2014). How Students Learn Statistics Revisited: A Current Review of Research on Teaching and Learning Statistics. *International Statistical Review*, 75(3), 372-396. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2007.00029.x>
- González, J. A., Jover, L., Cobo, E., & Muñoz, P. (2010). A web-based learning tool improves student performance in statistics: A randomized masked trial. *Computers & Education*, 55(2), 704-713. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2010.03.003>
- Groth, R. E. (2014). Using the five practices model to promote statistical discourse. *Teaching Statistics: An International Journal for Teachers*, 37(1), 13-17. <https://doi.org/10.1111/test.12052>
- Guerrero Z., T. M., y Flores H., H. C. (2009). Teorías del aprendizaje y la instrucción: el diseño de materiales didácticos informáticos. *Educere: Revista Venezolana de Educación*, 13(45), 317-329. <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/29266/1/articulo7.pdf>
- Gutiérrez Campos, L. (2012). Conectivismo como teoría de aprendizaje: conceptos, ideas, y posibles limitaciones. *Revista Educación y Tecnología*, 1, 111-122.
- Gutiérrez González, E., y Vladimirovna Panteleeva, O. (2016). *Estadística inferencial 1 para ingeniería y ciencias*. Grupo Editorial Patria.
- Gutiérrez Pulido, H., y de la Vara Salazar, R. (2013). *Control Estadístico de la Calidad y Seis Sigma* (3ª. ed.). McGraw-Hill.
- Horzum, M. B., & Cakir, O. (2012). Structural Equation Modeling in Readiness, Willingness and Anxiety of Secondary School Students About the Distance Learning. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 47, 369-375. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.06.665>

- Huynh, M., Baglin, J., & Bedford, A. (2014). Improving the attitudes of high school students towards statistics: An Island-based approach. En K. Makar, B. de Sousa, & R. Gould (Eds.), *Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics* (ICOTS9, July, 2014), (pp. 1-4). Flagstaff, Arizona, USA. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. http://icots.info/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_9G2_HUYNH.pdf
- Inzunza, S., e Islas, E. (2019). Diseño y Evaluación de una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje para Intervalos de Confianza basada en Simulación y Datos Reales. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(63), 1-26. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a01>
- Inzunza, S. (2016). Análisis de datos bivariados en un ambiente basado en applets y software dinámico. *Educación Matemática*, 28(3), 61-89. <http://doi.org/10.24844/EM2803.03>
- Kazak, S., & Pratt, D. (2017). Pre-service mathematics teachers' use of probability models in making informal inferences about a chance game. *Statistics Education Research Journal*, 16(2), 287-304. <https://doi.org/10.52041/serj.v16i2.193>
- Kazak, S., Fujita, T., & Wegerif, R. (2016). Students' Informal Inference about the Binomial Distribution of "Bunny Hops": A Dialogic Perspective. *Statistics Education Research Journal*, 15(2), 46-61. <https://doi.org/10.52041/serj.v15i2.240>
- Libman, Z. (2010). Integrating Real-Life Data Analysis in Teaching Descriptive Statistics: A Constructivist Approach. *Journal of Statistics Education*, 18(1), 1-23. <https://doi.org/10.1080/10691898.2010.11889477>
- Lino González, M., y Chaparro Sánchez, R. (2022). Revisión sistemática del uso de tecnología para la enseñanza-aprendizaje de la estadística. *Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa*, 175-199. <https://doi.org/10.6018/riite.501531>
- Lino González, M., Chaparro Sanchez, R., y Escudero-Nahón, A. (2022). Metodologías didácticas en la enseñanza de la estadística: Cartografía Conceptual. En A. Escudero-Nahón y R. Palacios Díaz (Coords.) *Métodos y proyectos transdigitales*. Editorial Transdigital (pp. 141-155). <https://doi.org/10.56162/transdigitalb7>
- López-Fernández, D., Ezquerro, J. M., Rodríguez, J., Porter, J., & Lapuerta, V. (2019). Motivational impact of active learning methods in aerospace engineering students. *Acta Astronautica*, 165, 344-354. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.09.026>
- López-Martín, M. del M., Batanero, C. y Gea, M. M. (2019). ¿Conocen los futuros profesores los errores de sus estudiantes en la inferencia estadística? *Bolema—Mathematics Education Bulletin*, 33(64), 672-693. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a11>
- Marrón, B., Camina, R., y San Román, V. (2023). Las planillas de cálculo: una herramienta didáctica para el análisis estadístico en la composición de una población. *Ensino em Re-Vista*, 30, e046. <https://doi.org/10.14393/er-v30a2023-46>
- Medina Uribe, J. C., Calla Colana, G. J., y Romero Sánchez, P. A. (2019). Las teorías de aprendizaje y su evolución adecuada a la necesidad de la conectividad. *Lex*, 17(23), 377-388. <https://doi.org/10.21503/lex.v17i23.1683>

-
- Meletiou-Mavrotheris, M., Serradó Bayés, A. (2012). Formación a distancia para profesores de matemáticas: la experiencia de EarlyStatistics. *RUSC. Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*, 9(1). <http://dx.doi.org/10.7238/rusc.v9i1.1275>
- Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2018). *Applied Statistics and Probability for Engineers* (7th Edition). Wiley.
- Moreira da Silva, M. P., y Samá Pinto, S. (2014). Teaching Statistics through Learning Projects. *Statistics Education Research Journal*, 13(2), 177-186. <https://doi.org/10.52041/serj.v13i2.289>
- Nikiforidou, Z., Lekka, A., & Pange, J. (2010). Statistical literacy at University level: The current trends. *Procedia–Social and Behavioral Sciences*, 9, 795-799. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.236>
- Ortiz-Colón, A.-M., Jordán, J., y Agredai, M. (2018). Gamificación en educación: una panorámica sobre el estado de la cuestión. *Educacao e Pesquisa*, 44, 1-17. <https://doi.org/10.1590/S1678-4634201844173773>
- Ott, R. L., & Longnecker, M. (2001). *An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis*. Cengage Learning.
- Pinzón Triana, Y. P., Poveda Segura, O., y Pérez Hernández, A. (2015). Un estudio sobre el desarrollo del pensamiento aleatorio usando recursos educativos abiertos. *Apertura*, 7(1), 1-13. <http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/605>
- Ramachandran, K. M., & Tsokos, C. P. (2015). *Mathematical Statistics with Applications in R*. Academic Press.
- Razak, R. A. & See, Y. C. (2010). Improving academic achievement and motivation through online peer learning. *Procedia–Social and Behavioral Sciences*, 9, 358-362. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.164>
- Restrepo Gómez, B. (2005). Aprendizaje basado en problemas (ABP): una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y educadores*, 8, 9-19. <https://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/562>
- Richard, P. R. (2011). La interacción con applets Java para el aprendizaje de las matemáticas. *Uno. Revista de didáctica de las Matemáticas*, 58, 8-24.
- Rizou, O., & Klonari, A. (2016). Introducing 3D Visualization of Statistical Data in Education Using the i-Use Platform: Examples from Greece. *Review of International Geographical Education Online*, 6(3), 253-270. <https://rigeo.org/menu-script/index.php/rigeo/article/view/125/114>
- Rodríguez, N., Montañez, E. G., y Rojas, I. (2010). Dificultades en contenidos de Estadística Inferencial en alumnos universitarios. Estudio Preliminar. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 2(1), 57-73. <https://exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%202%20NUM%201/Archivos%20Digitales/Doc%20RIE-CyT%20V2-1-3.pdf>

- Ros-Gálvez, A. y Rosa-García, A. (2014). Uso del vídeo docente para la clase invertida: Evaluación, ventajas e inconvenientes. En B. Peña Acuña (Coord.), *Vectores de la pedagogía docente actual* (pp. 423-441). Asociación Cultural y Científica Iberoamericana.
- Samá, S., Amorim, M. É., y Batanero, C. (2023). Idoneidad didáctica en la formación de profesores: análisis de la enseñanza de la estadística con proyectos. *Ensino em Re-Vista*, 30, 1-26. <https://doi.org/10.14393/ER-v30a2023-29>
- Sánchez-Cruzado, C., y Sánchez-Compañía, M. . T. (2020). El modelo flipped classroom, una forma de promover la autorregulación y la metacognición en el desarrollo de la educación estadística. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 34(2). <https://doi.org/10.47553/rifop.v34i2.77713>
- Schunk, D. H. (2012). *Teorías del aprendizaje. Una perspectiva educativa* (6ª. ed.). Pearson Education.
- Suárez Ortiz, C. J. (2016). *Geogebra una herramienta digital útil para la enseñanza de estadística*. Documento de trabajo de la Universidad Autónoma de Bucaramanga, 1-10. https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/2436/2016_Articulo_Suarez_Ortiz_Carlos_Julio.pdf?sequence=2&isAllowed=y
- Sullivan III, M. (2016). *Statistics informed decisions using data*. (5ª ed.). Pearson.
- Tamim, R. M., Bernard, R. M., Borokhovski, E., Abrami, P. C., & Schmid, R. F. (2011). What forty years of research says about the impact of technology on learning: A second-order meta-analysis and validation study. *Review of Educational Research*, 81(1), 4-28. <https://doi.org/10.3102/0034654310393361>
- Tebeanu, A. V. & Macarie, G. F. (2013). Cooperation and Competitiveness in the Educational Environment from the Students' Perspective. An Essay Analysis. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 76, 811-815. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.04.211>
- Tishkovskaya, S., & Lancaster, G. (2012). Statistical education in the 21st century: a review of challenges, teaching innovations and strategies for reform. *Journal of Statistics Education*, 20(2), 1-56. <https://doi.org/10.1080/10691898.2012.11889641>
- Titman, A. C., & Lancaster, G. A. (2011). Personal Response Systems for Teaching Postgraduate Statistics to Small Groups. *Journal of Statistics Education*, 19(2), 1-20. <https://doi.org/10.1080/10691898.2011.11889614>
- UAQ. (2017). *Modelo Educativo Universitario: Procesos de reflexión participativa y propuesta para su actualización e implementación* (R. Pineda, M. del C. Gilio, R. Andrade, P. Latapí, & V. Muriel, Comps.). Cuadernos de Planeación No. 4. Universidad Autónoma de Querétaro. https://planeacion.uaq.mx/docs/cuadernos-de-planeacion/CUADERNO_4_MEU.pdf
- UAQ (2023a). *Plan de estudios. Ingeniería en automatización. Facultad de Ingeniería*. Universidad Autónoma de Querétaro.
- UAQ (2023b). *Plan de estudios. Ingeniería en nanotecnología. Facultad de Ingeniería*. Universidad Autónoma de Querétaro.

-
- UAQ (2023c). *Plan de estudios. Ingeniería industrial y manufactura. Facultad de Ingeniería.* Universidad Autónoma de Querétaro.
- UAQ (2023d). *Plan de estudios. Ingeniería mecánica y automotriz. Facultad de Ingeniería.* Universidad Autónoma de Querétaro.
- UAQ (2023e). *Plan de estudios en ingeniería electromecánica. Facultad de Ingeniería.* Universidad Autónoma de Querétaro.
- UAQ (2023f). *Plan de estudios ingeniería civil. Facultad de Ingeniería.* Universidad Autónoma de Querétaro.
- UAQ (2023g). *Plan de estudios. Ingeniería biomédica. Facultad de Ingeniería.* Universidad Autónoma de Querétaro.
- Wackerly, D. D., Mendenhall III, W., y Schaffer, R. L. (2010). *Estadística matemática con aplicaciones* (7a. ed.). Cengage Learning Editores.
- Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., y Ye, K. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias* (9ª. ed.). Pearson.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265. <https://iase-web.org/documents/intstatreview/99.Wild.Pfannkuch.pdf>
- Wong, M., Castro-Alonso, J. C., Ayres, P., & Paas, F. (2018). Investigating gender and spatial measurements in instructional animation research. *Computers in Human Behavior*, 89, 446-456. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2018.02.017>
- Xu, W., Zhang, Y., Su, C., Cui, Z., & Qi, X. (2014). Roles of Technology in Student Learning of University Level Biostatistics. *Statistics Education Research Journal*, 13(1), 66-76. <https://doi.org/10.52041/serj.v13i1.299>
- Yotonyos, M., Traiwichitkhun, D. & Kaemkate, W. (2015). Undergraduate Students' Statistical Literacy: A Survey Study. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 191, 2731-2734. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.328>
- Zapata-Cardona, L. (2020). Colaboración entre Profesores de Estadística e Investigadores: Aportes al Desarrollo Profesional. *Boletín de Educación Matemática*, 34(68), 1285-1303. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n68a21>
- Zapata-Ros, M. (2015). Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos. Bases para un nuevo modelo teórico a partir de una visión crítica del “conectivismo”. *Education in the Knowledge Society (EKS)*, 16(1), 69-102. <https://doi.org/10.14201/eks201516169102>
- Zhang, X., & Maas, Z. (2019). Using R as a Simulation Tool in Teaching Introductory Statistics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), 599-610. <https://doi.org/10.29333/iejme/5773>

ANEXOS

ANEXO 1. PROGRAMA ACADÉMICO

I. Datos generales

<i>Nombre de la asignatura</i>		<i>Probabilidad y Estadística</i>	
<i>Número de créditos</i>	6	<i>Semestre</i>	1
<i>Horas prácticas</i>	1	<i>Horas teóricas</i>	3
Ubicación de la materia en el mapa curricular <i>La materia se ubica en el bloque de ciencias básicas que pertenecen al tronco común. Dependiendo de cada ingeniería, se relaciona con la materia: Calidad y productividad (sistemas de gestión de calidad), control estadístico de procesos, diseño de experimentos industriales, métodos de investigación.</i>			

II. Presentación

El estudiante conocerá el uso de la probabilidad y la estadística en la resolución de problemas de ingeniería del mundo real que pueda ser aplicada en su campo profesional. El curso cubre aspectos introductorios y conceptos elementales, característicos de los modelos teóricos de probabilidad, técnicos de estadística descriptiva e inferencial, análisis, interpretación y argumentación de los resultados obtenidos para la toma de decisiones basada en información.

La asignatura de Probabilidad y Estadística se imparte en el primer semestre de siete carreras de ingeniería, pertenece al bloque de ciencias básicas como parte del tronco común. Es una materia que además de su utilidad práctica y posibilidad de aplicación en ingeniería es la base de otras materias posteriores de su formación, que, aunque no están seriadas si requiere de conceptos y temas vistos en este primer curso.

III. Justificación

El estudio de probabilidad y estadística es muy importante en las carreras de ingeniería, ya que al ser una ciencia que se encarga de recolectar, organizar, resumir y analizar datos de una muestra representativa de la población de la cual fue obtenida, le ayuda a tomar decisiones, sacar conclusiones o hacer predicciones ante la presencia de variabilidad, con alto grado de confianza; lo que les permite a los ingenieros resolver con éxito problemas frecuentes de su campo profesional.

Los conceptos de probabilidad y estadística contribuyen a las soluciones de muchos de los problemas de la ingeniería; por ejemplo, los modelos de probabilidad le podrán servir para describir el comportamiento de una línea de producción y obtener estimaciones del tiempo de espera para la obtención del producto final; o puede elaborar un modelo de regresión lineal para la elaboración de un producto que depende de otros factores en su proceso de producción.

También realizan experimentos y recopilan datos para probar o validar el modelo tentativo o conclusiones acerca de los factores que afectan al problema que están estudiando de manera que pueden refinarlo para desarrollar una solución al problema de manera efectiva, eficiente y hacer recomendaciones.

Las técnicas estadísticas ayudan a diseñar y desarrollar nuevos productos y sistemas, o mejorar los existentes; así como al control, optimización y mejora de la calidad de procesos de producción de bienes y servicios.

IV. Objetivo general

Desarrollar el pensamiento estadístico en el estudiante que le permita resolver problemas de probabilidad y estadística concernientes al campo de la ingeniería.

V. Metodología de enseñanza aprendizaje

Las recomendaciones metodológicas se harán para cada unidad dependiendo de los materiales y aplicaciones propuestos en el modelo y las competencias que se pretenden lograr en cada unidad y podría ser alguna(s) de las que se enlista(n) a continuación:

- MEU.
- Enfoque por competencias
- Metodologías de enfoques constructivistas:
 - Aprendizaje Basado en Problemas
 - Aprendizaje cooperativo y colaborativo
 - Aprendizaje por discusión o debate
 - Aprendizaje por investigación
 - Aprendizaje por proyectos
 - Aula invertida
- Promover el pensamiento estadístico.
- Promover aprendizajes significativos.

- Promover pensamiento crítico.
- Fomentar el aprendizaje activo: autónomo y colaborativo.
- Fomentar el uso de tecnología educativa.
- Rúbricas de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.

En cuanto al uso de software se dejará Excel para los temas de probabilidad y los temas de estadística y las aplicaciones hacerlas en algún paquete estadístico como Minitab.

VI. Contenido temático

Unidad 1. Introducción a la probabilidad y la estadística en la ingeniería (6T, 2P)

Objetivo de la unidad: Conocer los fundamentos y papel de la estadística en la resolución de problemas de ingeniería, los métodos usados en ingeniería para recolectar información; así como el tipo de variables que puede recolectar.

Temas

- 1.1 Definición de estadística y pensamiento estadístico.
- 1.2 Pensamiento estadístico en la ingeniería.
- 1.3 Pasos para realizar un estudio en ingeniería.
- 1.4 Método científico y estadística.
- 1.5 Población y muestra.
- 1.6 Recolección de datos en Ingeniería.
 - 1.6.1 Estudio retrospectivo.
 - 1.6.2 Estudio observacional.
 - 1.6.3 Diseño de experimentos.
 - 1.6.4 Longitudinales.
- 1.7 Variables y tipo de variables.

1.7.1. Cualitativas.

1.7.2. Cuantitativas.

Unidad 2. Fundamentos de Probabilidad (9T, 3P)

Objetivo de la unidad: Capacitar al estudiante en el análisis, cálculo e interpretación de probabilidades que le permiten describir cuantitativamente fenómenos aleatorios. Conocer y utilizar las leyes de probabilidad para evaluar riesgos y tomar mejores decisiones en problemas concernientes a las ingenierías.

Temas

2.1 Introducción a la probabilidad.

2.2 Espacios muestrales y eventos.

2.2.1 Experimentos aleatorios.

2.2.2 Espacios muestrales.

2.2.3 Eventos.

2.3 Axiomas y definición de probabilidad.

2.4 Teoría de conjuntos y su álgebra.

2.5 Técnicas de conteo.

2.5.1 Regla de multiplicación.

2.5.2 Permutaciones.

2.5.3 Combinaciones.

2.6 Probabilidad condicional.

2.7 Independencia de eventos y regla del producto.

2.8 Teorema de Bayes y probabilidad total.

Unidad 3. Variables aleatorias y distribuciones de probabilidad (9T, 3P)

Objetivo de la unidad: Estudiar y analizar el concepto de variable aleatoria como la representación de cualquier fenómeno aleatorio, comprender la diferencia entre las variables aleatorias continuas y discretas y, aplicar la probabilidad y modelos probabilísticos en la resolución de problemas de ingeniería.

Temas.

3.1 Variables aleatorias: discretas y continuas.

3.2 Medidas de tendencia central y dispersión de variable aleatoria.

3.3 Distribuciones discretas.

3.3.1 Media y varianza de una variable aleatoria discreta.

3.3.2 Bernoulli.

3.3.3 Binomial.

3.3.4 Poisson.

3.3.5 Hipergeométrica.

3.4 Distribuciones continuas.

3.4.1 Media y varianza de una variable aleatoria continua.

3.4.2 Normal.

3.4.3 T de Student.

Unidad 4. Estadística descriptiva (9T, 3P)

Objetivo de la unidad: Estudiar y analizar los elementos básicos para describir patrones en un conjunto de datos al aplicar técnicas para su organización, resumen y presentación; así como su interpretación en el contexto ingenieril.

Temas.

4.1 Definición y parámetros estadísticos.

4.2 medidas de tendencia central.

4.2.1 Media.

4.2.2 Moda.

4.2.3 Mediana.

4.3 Medidas de dispersión.

4.3.1 Rango.

4.3.2 Varianza.

4.3.3 desviación estándar.

4.4 Medidas de posición.

4.4.1 Cuartiles.

4.4.2 Deciles.

4.4.3 Percentiles.

4.5 Asimetría (sesgo) y apuntalamiento (curtosis).

4.6 Tablas de frecuencia.

4.7 Gráficos.

4.7.1 Tallo y hoja.

4.7.2 Histograma.

4.7.3 Barras.

4.7.4 Circular o de pastel

4.7.5 De caja y medidas de posición

Unidad 5. Introducción a la inferencia estadística (6T, 2P)

Objetivo de la unidad: Capacitar al alumno en el análisis y conocimiento de los tipos de muestreo, así como en el razonamiento estadístico inferencial que, mediante estimaciones puntuales de parámetros o dentro de un rango de valores posibles, le permitirán tomar decisiones y sacar conclusiones sobre las poblaciones de las que se extrajo la muestra estudiada.

Temas.

5.1 Definición.

5.2 Técnicas de muestreo sobre una población.

5.2.1 Muestreo aleatorio simple.

5.2.2 Muestreo aleatorio estratificado.

5.2.3 Muestreo aleatorio sistemático.

5.2.4 Muestreo por conglomerados.

5.3 Tamaño de la muestra.

5.4 Teorema central del límite.

5.5 Propiedades de un estimador.

5.6 Estimadores puntuales.

5.7 Intervalos de confianza para la distribución normal.

Unidad 6. Prueba de hipótesis (8T, 2P)

Objetivo de la unidad: Capacitar al estudiante en la forma como se debe de aplicar las pruebas de hipótesis dentro de un proceso estadístico y le permita decidir de entre dos afirmaciones opuestas sobre algún parámetro es la verdadera a partir de los datos de una muestra ayudándole en la toma de decisiones.

Temas.

6.1 Hipótesis estadísticas: conceptos generales.

6.2 Clasificación de hipótesis.

6.3 Región crítica, nivel de significancia y tamaño del efecto.

6.4 Tipos de error.

6.5 Pruebas de hipótesis para muestras de la distribución normal.

Unidad 7. Regresión y correlación (7T, 3P)

Objetivo de la unidad: Capacitar al estudiante para modelar y analizar el comportamiento de dos o más variables en problemas de ingeniería que le permitan explorar sus relaciones y predecir una observación futura.

Temas.

7.1 Introducción.

7.2 Correlación.

7.2.1 Características del coeficiente de correlación y gráficos de dispersión.

7.2.3 Interpretación del coeficiente de correlación.

7.3 Regresión lineal simple.

7.3.1 Supuestos.

7.3.2 Método de mínimos cuadrados.

7.3.3 Cálculo de la ecuación de regresión

7.3.4 Predicción con la ecuación de regresión

7.3.5 Análisis de residuos, puntos influyentes y coeficiente de determinación (R^2)

VII. Formas de evaluación

Evaluación formativa: ocurre durante todo el proceso enseñanza-aprendizaje y juega un importante papel regulador en dicho proceso, ya que permite conocer los aprendizajes logrados y retroalimentar a los estudiantes y al docente.

Evaluación sumativa: modalidad que implica recuperar todas las actividades que permiten dar cuenta del avance individual de los alumnos, al final de cada tema y al término del curso.

Independientes: Definir los proyectos y experiencias de aprendizaje que realizarán los estudiantes, así como las rúbricas o instrumentos de evaluación que se usarán.

Instrumentos de evaluación:

- Prácticas de laboratorio.
- Exámenes.
- Quiz o Kahoot de conceptos teóricos.
- Actividades y tareas, individuales/equipo (ABProblemas).
- Debates grupales y por equipo.
- Proyecto final (ABProyecto, Investigación, Aprendizaje colaborativo y cooperativo)

VIII. Bibliografía

- Daniel, W. W. (2016). Bioestadística Base para el análisis de las ciencias de la salud. (4ª ed.). LIMUSA.
- Gutiérrez González, E., y Vladimirovna Panteleeva, O. (2016). Estadística inferencial 1 para ingeniería y ciencias (Vol. 1). <http://biblioteca.univalle.edu.ni/files/original/4bee2ce5589a-0b8ae82ed363b2bac6206dd28ab1.pdf>
- Gutiérrez Pulido, H., y Dela Vara Salazar, R. (2013). Control estadístico de calidad y seis sigma (3a ed.). McGraw Hill.
- Mendenhall, W., Beaver, E. J., y Beaver, B. M. (2010). Introducción a la probabilidad y estadística (CENGAGE Learning (ed.); 13a ed.). <http://latinoamerica.cengage.com>
- Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., y Ye, K. (2012). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias.

ANEXO 2. MATERIALES Y ACTIVIDADES DE LA UNIDAD 3

Se muestran algunos de los materiales y actividades que se utilizaron en la Unidad 3. Variables aleatorias y distribuciones de probabilidad, cuyo objetivo principal fue estudiar y analizar el concepto de variable aleatoria como la representación de cualquier fenómeno aleatorio, comprender la diferencia entre las variables aleatorias continuas y discretas al aplicar la probabilidad y modelos probabilísticos en la resolución de problemas de ingeniería.

En esta unidad se estudiaron y analizaron los conceptos de variables aleatorias, sus características, medidas de tendencia central (media), varianza (dispersión) y aplicaciones en contextos ingenieriles de las principales distribuciones discretas: Bernoulli, Binomial, Poisson e Hipergeométrica y continuas: Normal y la T de Student.

Los Objetivos de Aprendizaje al finalizar la unidad eran que el estudiante fuera capaz de:

- Describir las variables aleatorias.
- Conocer la diferencia entre variables aleatorias discretas y continuas, sus características asociadas, como se representan y cuando se aplica cada una.
- Conocer e identificar que cada variable aleatoria posee una distribución de probabilidad que describe su comportamiento.
- Reconocer las distribuciones de probabilidad como el reparto teórico de fenómenos aleatorios que aparecen en la realidad en contextos ingenieriles.
- Conoce e interpreta la media y varianza de variables aleatorias.
- Resolver problemas de variables aleatorias discretas y continuas en contextos ingenieriles

Las metodologías didácticas empleadas en esta unidad fueron: aprendizaje basado en problemas, aula invertida, aprendizaje colaborativo y debate.

Se realizaron tres presentaciones en *Power point*, de elaboración propia, que contemplaban los objetivos y finalidad de cada tema abarcando desde la historia de cada distribución, características, definiciones, supuestos y fórmulas, hasta ejemplos, problemas y aplicaciones del tema en contextos ingenieriles haciendo énfasis en la argumentación y/o justificación del tipo de variable aleatoria de cada problema y en la interpretación de los resultados obtenidos. Asimismo, se enseñaba a resolver problemas de las distintas distribuciones primero utilizando calculadora utilizando tablas de probabilidad y posteriormente, utilizando el software *Excel* y *Minitab 16*, al que la institución tenía licencia, y también, mediante la aplicación: *App probability distributions*, a la cual accedían desde su teléfono móvil. Esto permitía, reforzar o corroborar lo que habían hecho de una forma tradicional y consolidar después mediante el uso de tecnología y con ello hacer énfasis en la importancia de la interpretación de los resultados para la posterior toma de decisiones.

La primera presentación, fue una introducción a las variables aleatorias y sus distribuciones de probabilidad, valor esperado, varianza y principales aplicaciones en la ingeniería.

Tipos de Variables Aleatorias

Discretas (\mathbb{Z})

Cuando las variables aleatorias pueden tomar un número contable de valores. Ejemplo: número de artículos defectuosos, fallos en un proceso, número de casos de alguna enfermedad.

Continuas (\mathbb{R})

Cuando las variables aleatorias pueden tomar cualquiera de los puntos contenidos en un intervalo. Ejemplo: Temperatura en el ambiente, peso y talla de un paciente, resultados de laboratorio, tiempo (en segundos) entre llegadas a un hospital: $0 \dots x \dots \infty$.



Distribuciones de Probabilidad

La distribución de probabilidad de una variable aleatoria **describe las probabilidades de cada valor posible**.

Para una **variable aleatoria discreta**, la distribución de probabilidad viene dada por una **función de masa de probabilidad** (PMF), que asigna una probabilidad a cada valor.

Para una **variable aleatoria continua**, la distribución de probabilidad viene dada por una **función de densidad de probabilidad** (PDF), que describe la probabilidad relativa de cada valor.

FUNCIÓN DE MASA DE PROBABILIDAD

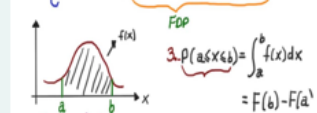
- pmf = $p(x) = P(X = x)$

- $p(x) \geq 0$

- La probabilidad total es 1:

$$\sum_x p(x) = \sum_x P(X = x) = 1$$

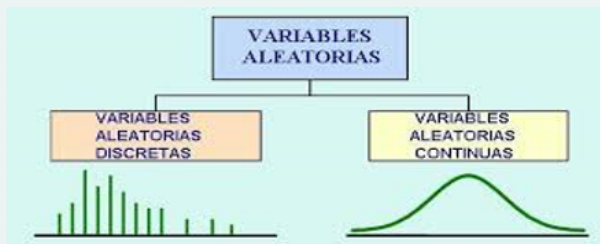
¿Qué es la función de densidad?



- Propiedades:

1. $f(x) \geq 0$

2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) = 1$



En la segunda presentación se exploraron las características, la media, la varianza, ejemplos y aplicaciones de las variables aleatorias discretas más relevantes en contextos ingenieriles: Bernoulli, Binomial, Poisson e Hipergeométrica.

Distribución Hipergeométrica

Se utiliza cuando la v.a. involucra ensayos sin reemplazo

$x \sim \text{Hiper}(n, N, k)$

$$p = \frac{k}{N} \quad q = 1 - p$$

Parámetros (momentos) que describen la distribución Hipergeométrica

$$\begin{aligned} \mu_x &= \frac{nk}{N} = np \text{ (media aritmética)} \\ \sigma_x^2 &= npq \left(\frac{N-n}{N-1} \right) \text{ (varianza)} \\ \sigma_x &= \sqrt{\sigma_x^2} \text{ (desviación estándar)} \end{aligned}$$

Características:

- Los ensayos **NO SON independientes**, lo que suceda en el primer ensayo afecta al segundo pues cambia la proporción de eventos posibles para el siguiente ensayo.
- No son ensayos Bernoulli, porque **NO SON independientes entre sí, las probabilidades cambian dependiendo del ensayo anterior (porque no hay reemplazamiento)**

Fórmula:

Si $x \sim \text{Hiper}(n, N, k)$, $0 \leq p \leq 1$

$$p(x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad \begin{aligned} &x=0, 1, 2, \dots, n, \text{ si } n \leq k \\ &x=0, 1, 2, \dots, k, \text{ si } n > k \end{aligned}$$

- Combinaciones de éxitos posibles que podemos sacar
- Combinación de fracasos
- Combinaciones TOTALES que podemos sacar

k = éxitos posibles

N = Total de eventos

n = muestra

x = valor que va a tomar la variable aleatoria

Recuerda que:

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

19

Ejemplos de Distribución Hipergeométrica

Ejemplo 2

En un almacén se tienen 10 equipos médicos, de los cuales **4 son defectuosos**. Una compañía selecciona 5 de los equipos médicos al azar, suponiendo que todos funcionan bien. ¿Cuál es la probabilidad de que las 5 equipos médicos **sean no defectuosos**?

Calcule también el valor esperado y la varianza

Datos:

N=10, n=5, k=6 sin defecto, x=5

$$p(X=5) = p(5) = \frac{\binom{6}{5} \binom{10-6}{5-5}}{\binom{10}{5}} = \frac{(6)(1)}{252} = 0.0238095$$

La probabilidad de que los 5 equipos médicos seleccionados al azar sean no defectuosos es de **2.38%**



$E(x) = \text{Valor esperado} = \mu = (n)(p)$,

Donde $p = \frac{k}{N} = \frac{6}{10} = .6$

Por tanto $\mu_x = (5)(.6) = 3$

$$\sigma_x^2 = npq \left(\frac{N-n}{N-1} \right) = (5)(.6)(.4) \left(\frac{10-5}{10-1} \right) = 0.6667$$

21




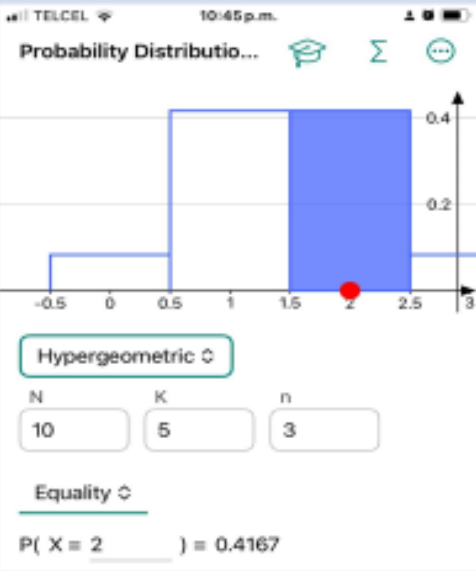
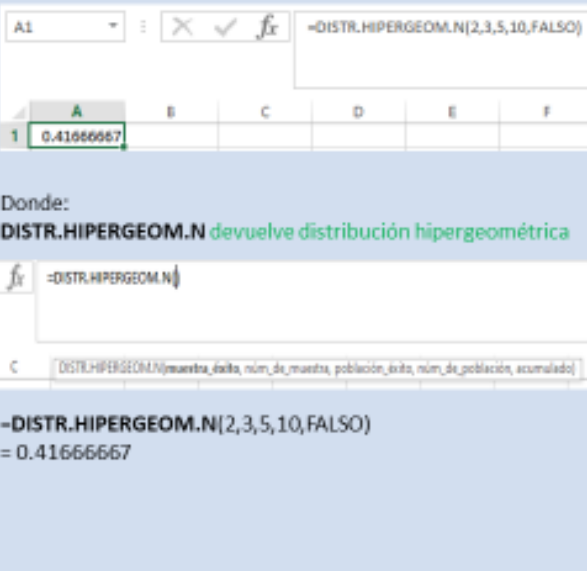
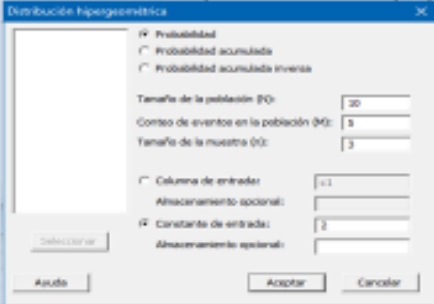
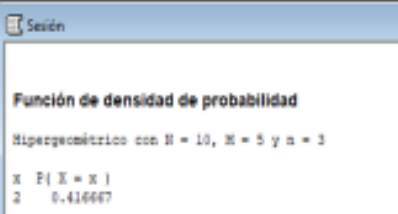
Como resolver problemas de Distribución Hipergeométrica

Como vimos en el problema de los LEDS se puede resolver con:

La función de masa de probabilidad: $p(x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$ $x=0, 1, 2, \dots, n$, si $n \leq k$
 $x=0, 1, 2, \dots, k$, si $n > k$



- **Uso de tecnología:**

App probability distributions 	Excel 	Minitab 16 
 <p>Hypergeometric \odot</p> <p>N: 10 K: 5 n: 3</p> <p>Equality \odot</p> <p>P(X = 2) = 0.4167</p>	 <p>Donde: DISTR.HIPERGEOM.N devuelve distribución hipergeométrica</p> <p>$f(x) = \text{DISTR.HIPERGEOM.N}(x)$</p> <p>C: <code>DISTR.HIPERGEOM.N(muestra, éxito, núm_de_muestra, población_éxito, núm_de_población, acumulado)</code></p> <p>=DISTR.HIPERGEOM.N(2,3,5,10,FALSO) = 0.4166667</p>	<p>De la barra seleccionamos: Calc. \downarrow Distribución de probabilidad \triangleright hipergeométrica</p>  <p>Nos despliega el resultado:</p> 

Aplicaciones de la Distribución Hipergeométrica

Aplicación principal de esta distribución es:

Planificación de Proyectos

La distribución hipergeométrica se emplea para **determinar la cantidad de recursos, materiales o trabajadores necesarios** para completar un proyecto de construcción (o cualquier proyecto) dentro de un plazo establecido.



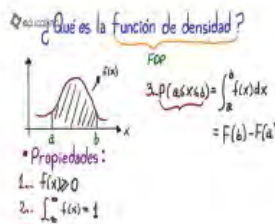
25

En la tercera presentación se exploraron las características, la media, la varianza, ejemplos y aplicaciones de las variables aleatorias continuas más relevantes en contextos ingenieriles: Normal y t de student.

Distribuciones de Probabilidad Continuas (\mathbb{R})

1 Definición y Propiedades

La distribución de probabilidad de **una v.a. continua, x**, se puede representar mediante una curva suave, una función de x , denotada por $f(x)$. La curva se llama **función de densidad de probabilidad**, que describe la probabilidad relativa de cada valor. La probabilidad de que x este entre dos valores, a y b , es el área bajo la curva entre a y b .



2 Requisitos para la distribución v.a. continua x

- $f(x) \geq 0$, para todos los valores de x
- $\int_a^b f(x) dx = 1$
- $p(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx$

Donde la integral de $f(x)$ es **el área bajo la curva**

Nota. Como no hay área sobre un solo punto, ej $x=a$, la probabilidad asociada a ese punto particular es 0 $P(x=a)=0$ y así:

$$p(a < x < b) = p(a \leq x \leq b)$$

En otras palabras, la probabilidad es la misma independientemente de si se incluyen o no los puntos finales del intervalo

Algunos ejemplos incluyen la distribución **Normal** y la **t de Student**, cada una aplicable en diferentes contextos ingenieriles.

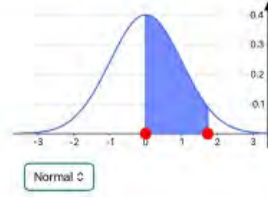
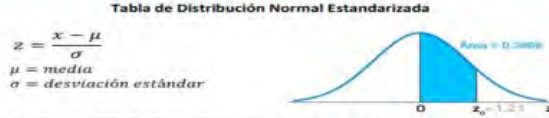
3

Ejemplos de Distribución Normal N(0, 1)

1. Sea Z una variable aleatoria normal con media 0 y desviación estándar 1

c) Encuentre $P(0 \leq Z \leq 1.73)$

Tabla de distribución normal estándar $Z(0,1)$:



Busco en la tabla en la primer columna z , y se lee el Área frente al valor z 1.73; es decir,

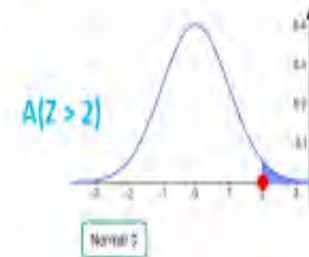
$$P(0 \leq Z \leq 1.73) = 0.4582$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767

Como resolver problemas de Distribución normal

Como vimos en la diapositiva pasada, el problema de los oxímetros se puede resolver con:

- La función de densidad de probabilidad: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$
- La tabla distribución normal estandarizada
- Uso de tecnología:



App probability distributions

Probability Distributio...

Normal

μ : 0 σ : 1

Upper Tail

$P(2 \leq X) = 0.0228$

Excel

A2 = DISTR.NORM.ESTAND.N(2,VERDADERO)

0.97724837

Donde:
DISTR.NORM.ESTAND.N devuelve la probabilidad la distribución normal estándar $N(0,1)$

ALEATORIO = DISTR.NORM.ESTAND.N(2,VERDADERO)

1 = DISTR.NORM.ESTAND.N(2)

2 = DISTR.NORM.ESTAND.N(2,acumulado)

1 - DISTR.BINOM.N(2,VERDADERO) = 0.9772484987 = 0.0228

Minitab 16

De la barra seleccionamos:
 Calc -> Distribución de probabilidad -> Normal

Rectamos a 1 lo que despliega en:

Función de distribución acumulada

Normal con media = 0 y desviación estándar = 1

x: 2

1 - 0.977250 = 0.0228

	C1	C2
1	-3	0.001350
2	-2	0.022750
3	-1	0.158655
4	0	0.600000
5	1	0.841345
6	2	0.977250
7	3	0.998650

Ejemplo 4

Se observa durante un largo periodo que la cantidad semanal gastada en el mantenimiento y en las reparaciones en cierto hospital tiene aproximadamente una distribución normal con media de \$400 y una desviación estándar de \$20. Si el presupuesto para la próxima semana es de \$450, ¿Cuál es la probabilidad de que los costos reales sean mayores que la cantidad presupuestada?

Solución:

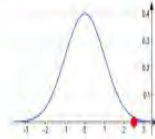
Datos: $x \sim N(\mu=400, \sigma=20)$; $P(x > 450)=?$

Hay que estandarizar los datos para poder usar las tablas:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{450 - 400}{20} = 2.5$$

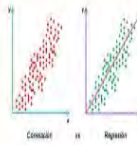
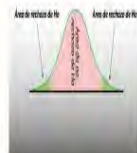
$$\text{Así, } P(z > 2.5) = 0.50 - 0.4938 = 0.0062$$

La probabilidad de que los costos reales sean mayores a la cantidad presupuestada es de 0.62%



20

Análisis de Datos usando la Distribución Normal



1 Pruebas de Hipótesis

Se utiliza la distribución normal para realizar pruebas de hipótesis y tomar decisiones basadas en evidencia estadística.

2 Regresión y Correlación

La distribución normal se utiliza en el análisis de regresión y correlación para modelar relaciones entre variables y realizar predicciones.

3 Análisis de Sensibilidad

La sensibilidad de un modelo o sistema ante cambios en los valores de entrada utiliza técnicas basadas en la distribución normal.

27

También se les pusieron aplicaciones de cada una de las distribuciones vistas en el contexto ingenieril.

Aplicaciones de la Distribución Normal en la Ingeniería



Ingeniería Estructural

La distribución normal se utiliza para modelar y analizar cargas, resistencia de materiales y diseños estructurales.



Ingeniería Mecánica

La distribución normal es esencial para el análisis de datos, el diseño de experimentos y la estimación de vida útil de componentes mecánicos.



Ingeniería de Software

Se aplican conceptos de la distribución normal en la planificación de proyectos, la estimación de tiempos y la gestión de la calidad del software.

24

Aplicaciones de la Distribución Normal en la Ingeniería



Análisis de datos de producción

Es utilizada para optimizar procesos industriales.



Optimización de inventarios

Para determinar los niveles óptimos de inventario y evitar costos innecesarios en el suministro de materiales.



Control de calidad

Para el control de calidad y monitoreo de la calidad en procesos de fabricación.

25

Dichas presentaciones fueron expuestas por el docente y los problemas se resolvían en el aula junto con los estudiantes; posteriormente, algún estudiante de manera voluntaria resolvía alguno de los problemas planteados. Para calcular, se les permitía usar tanto usar las hojas de tablas como *apps* para el cálculo de las probabilidades en las clases teóricas y en el laboratorio podían utilizar *Excel* o *Minitab 16*.

En cuanto a materiales obtenidos de Recursos Educativos Abiertos (REA), se les proporcionaron enlaces a recursos de la plataforma *YouTube*. Dichos videos fueron seleccionados por su pertinencia y relación con los temas vistos como material de apoyo para cumplir los objetivos de la unidad, ya que sirvieron de complemento a la clase teórica y permitían hacer uso del aula invertida, para que en la clase siguiente pudieran identificar el tipo de distribución discreta asociada a cada uno de los problemas de contextos ingenieriles asignados y resolverlo con éxito o bien discutir algunos conceptos claves que son fundamentales tanto en la probabilidad como en la estadística.

Materiales para distribuciones discretas:

El video en YouTube (figura 18). Facilingo (2018) Distribuciones Discretas (Binomial, Hipergeométrica, Poisson) <https://youtu.be/JWRTMeJg70I>, muestra de manera clara las principales características de tres de las distribuciones discretas vistas en clase (sólo faltó la Bernoulli en el recurso de video).

Distribuciones Discretas (Binomial, Hipergeométrica, Poisson)

DISTRIBUCION BINOMIAL

Esta distribución se aplica cuando la probabilidad del éxito esperado siempre será la misma.

Por ejemplo:

- Al arrojar una moneda n veces y salga cara x veces.
- Al arrojar un dado 10 veces y salga 4 veces la cara 1.
- Dentro de un grupo de 10 personas la probabilidad de que contraigan alguna enfermedad 5 personas.

$$P(x, n, p) = \binom{n}{x} * p^x * (1 - p)^{n-x}$$

n = Tamaño de la muestra
 x = Núm. de éxitos esperados
 p = Probabilidad de éxito

También, del mismo canal, Facilingo (2018) Reconociendo distribuciones ¿Qué distribución aplicar? <https://youtu.be/DBZ8-Qp1jPU>, les ayudó a identificar de qué tipo de distribución discreta se trataba.

RESUMEN

Distribución Binomial	Distribución Hipergeométrica	Distribución Poisson
Experimentos con repetición, es decir la probabilidad de éxito es siempre la misma	Se plantean donde de una población se extrae una muestra sin reposición.	La población es grande y la probabilidad de éxito es pequeña. O se plantea en promedios de ocurrencias
Formula: $P(x, n, p) = \binom{n}{x} * p^x * (1 - p)^{n-x}$	Formula: $P(x, n, k, N) = \frac{\binom{k}{x} * \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$	Formula: $P(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} * \lambda^x}{x!}$ $\lambda = N * p$
n= Número de veces que se repite el experimento. x = Núm. de éxitos esperados p = Probabilidad de éxito	N= Tamaño de la Población K= Éxitos en la población x = Núm. de éxitos esperados n=tamaño de la muestra	λ = Promedio x = Número de éxitos esperados p = Probabilidad de éxito N= Tamaño de la población

Materiales para distribuciones continuas:



El video del enlace previo muestra el experimento de la máquina de Galton, el cual es un tablero con clavos equidistantes, donde unas bolas caen y chocan aleatoriamente, acumulándose en compartimentos en el que se puede observar que cuando el número de filas de clavos es grande, la distribución resultante de las bolas se aproxima a una campana de Gauss (distribución normal), aunque el proceso individual sigue una distribución binomial.

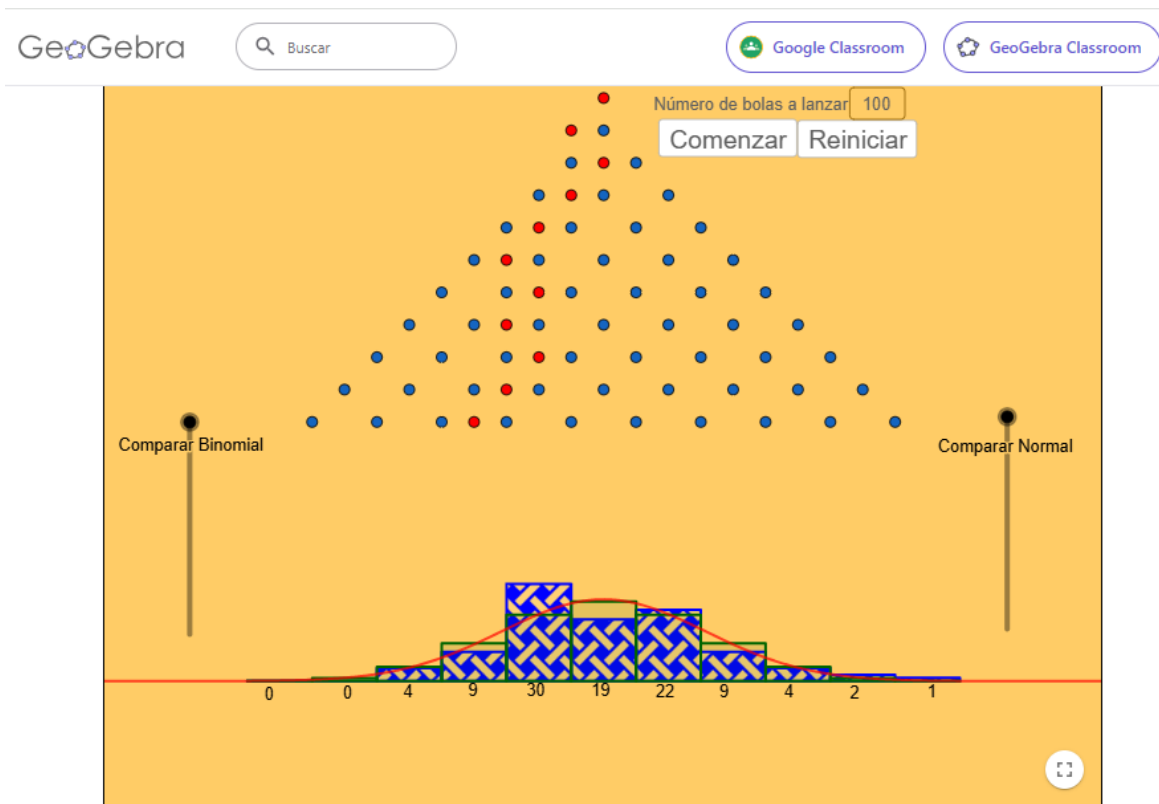
De igual forma, se ilustra el Teorema del Límite Central (TLC), ya que, aunque cada bola tiene la misma probabilidad de ir a la izquierda o a la derecha del clavo ($p=0.5$) en cada nivel en un tablero simétrico, por lo que la suma de muchos eventos aleatorios independientes converge a una distribución normal. Lo previo es la esencia del TLC, que establece que la suma (o promedio) de variables aleatorias independientes tiene a una distribución normal, sin importar la distribución original siempre que la muestra sea grande.

El video permite entender la variabilidad y la Ley de los grandes números, ya que, con pocas bolas, la distribución puede ser irregular, pero al aumentar el número de ensayos (bolas), se estabiliza en la forma de la campana de Gauss, eso refleja la Ley de los Grandes Números: a mayor número de intentos, los resultados empíricos se acercan a las probabilidades teóricas.

El experimento ayuda a entender conceptos como: media (la posición central de la distribución representa la media $\mu=np$), varianza (la dispersión depende de la varianza) y regresión a la media (la mayoría de los resultados se agrupan cerca del valor esperado, mientras que los extremos son menos probables)

La máquina de Galton muestra visualmente cómo procesos aleatorios simples, cuando se repiten muchas veces, generan patrones predecibles (distribución normal), lo que fundamenta conceptos clave en probabilidad, estadística y ciencias sociales, estacando la universalidad de la distribución normal en la naturaleza (errores de medición, genética o decisiones individuales, altura de personas; etc.).

Para experimentar con dichos conceptos se les dio el enlace a un applet elaborado en GeoGebra por Mariano Romero Fuentes (2020). Teorema Central del Límite. <https://www.geogebra.org/m/ya5ygkgu>. Como se muestra en la figura siguiente.



Dicho recurso es muy útil porque el estudiante puede interactuar con el recurso y probar que ocurre al ir variando el número de bolas que caen al tablero, lo que ayuda a despertar ese pensamiento estadístico en el estudiante y comprender los conceptos asociados al experimento.

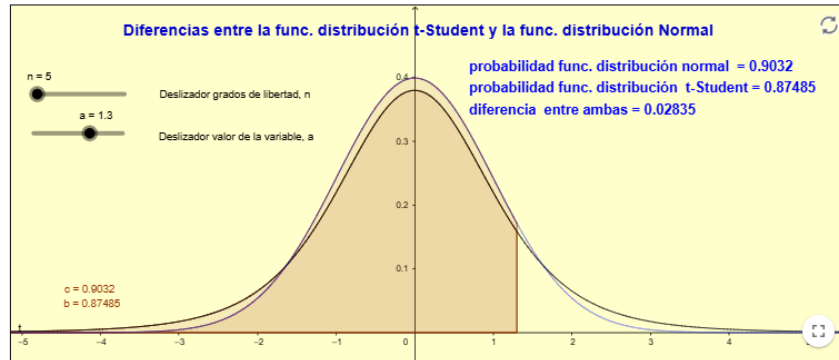
- Para ver las diferencias entre la distribución normal y la t de student y cómo al incrementar los grados de libertad la distribución t se aproxima a la distribución normal se les compartió el enlace del recurso en GeoGebra (figura 22) creado por Antonio Gámez Mellado (2017). Diferencia entre la función de distribución t-Student y la Normal.

<https://www.geogebra.org/m/GqqYhZmc>

Diferencia entre la función de distribución t-Student y la Normal

Autor: Antonio Gámez Mellado

Utilice los deslizadores para modificar los grados de libertad de la distribución t-Student, n, y para modificar el valor de la variable, a



- Tabla z

Matemovil (2018). Tabla z distribución normal estandarizada.

<https://matemovil.com/wp-content/uploads/2018/06/Tabla-z-distribuci%C3%B3n-normal-estandarizada-MateMovil.pdf>

Tabla de Distribución Normal Estandarizada

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$\mu = \text{media}$
 $\sigma = \text{desviación estándar}$

Área = 0.3869

z_0 = 1.21

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767

Se les proporcionó la tabla de distribución normal estandarizada para explicarles como encontrar el área bajo la curva solicitada y visualmente asociaran la probabilidad del evento solicitado en algún problema.

- Prácticas de laboratorio.

Aplicación móvil: *App Probability distributions*. Software *Excel* y *Minitab 16*.

Como resolver problemas de Distribución Binomial

Como vimos en la diapositiva pasada, el problema de los oxímetros se puede resolver con:

- La función de masa de probabilidad: $P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$ $x=0, 1, 2, \dots, n$
- La tabla de probabilidad binomial en la que $n=20$, en el caso de este ejemplo
- Uso de tecnología:



App probability distributions

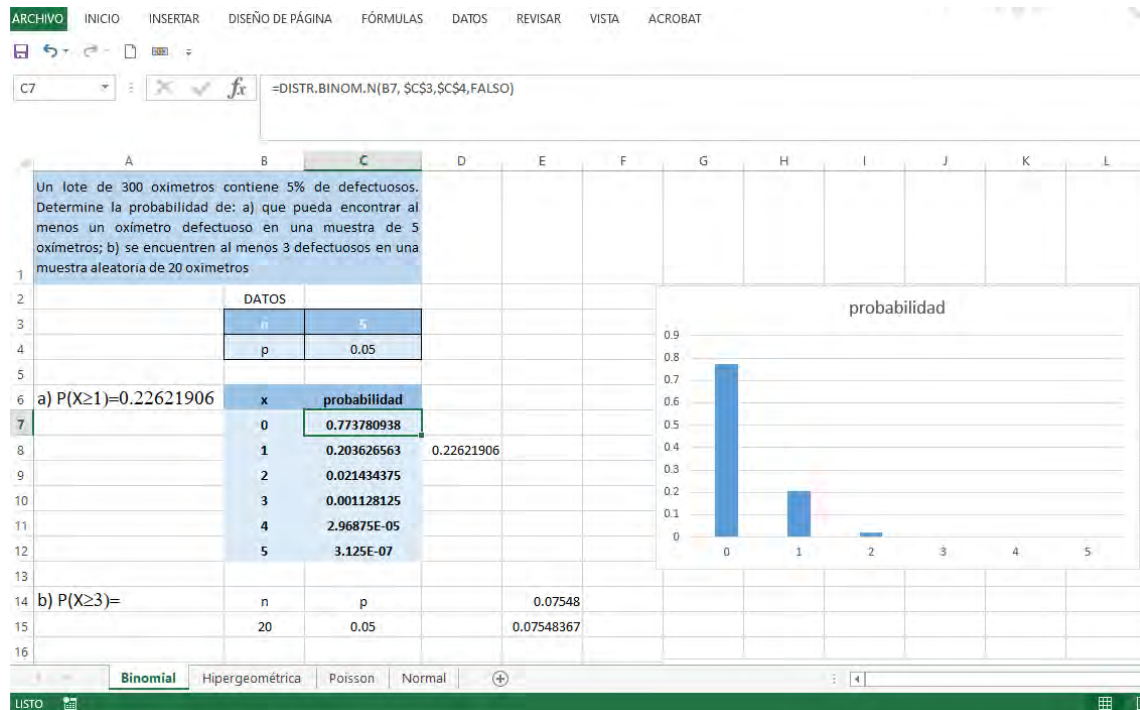
Excel

Minitab 16

De la barra seleccionamos: Calc → Distribución de probabilidad ► binomial

x	P(x)	P(X ≤ x)
1	0.377354	
2	0.188677	
3	0.069682	
4	0.013329	
5	0.002946	
6	0.000596	
7	0.000091	
8	0.000003	
9	0.000000	

En el laboratorio de cómputo se les enseñó a calcular las probabilidades usando la aplicación móvil: “App Probability distributions”, la cual descargaron en su teléfono celular, así como en el software *Excel* y *Minitab 16*.



Se les ponía a resolver un problema de los que se resolvió en clase de manera manual y usando las tablas impresas o la *app*, pero ahora utilizando *Excel* o *Minitab* para que aprendieran a resolverlos utilizando el software, haciendo énfasis en la importancia de interpretar los resultados obtenidos. Posteriormente, podían resolver los problemas asignados utilizando estos programas.

SEMBLANZAS



Montserrat Lino González

ORCID: 0000-0002-6412-7890

linomontse@gmail.com

Licenciada en Matemáticas Aplicadas y Computación, egresada de la Facultad de Estudios Superiores Acatlán de la Universidad Nacional Autónoma de México. Especialidad en Estadística Aplicada por el Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas de la Universidad Nacional Autónoma de México. Maestría en Didáctica de las Matemáticas por la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ), México. Actualmente, cursa el Doctorado en Tecnología Educativa, con línea de investigación en enseñanza estadística inferencial y desarrollo en tecnología educativa en la UAQ.



Ricardo Chaparro Sánchez

ORCID: 0000-0002-6842-2360

rchapa@uaq.mx

Doctor en Innovación y Tecnología Educativa con mención honorífica, por la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ), México. Docente investigador de tiempo completo con reconocimiento del perfil deseable PRODEP-SEP, miembro del Cuerpo Académico consolidado “Innovación Educativa y Tecnología” y de los núcleos académicos básicos de los programas del Doctorado en Innovación en Tecnología Educativa y Maestría en Innovación en Entornos Virtuales de Enseñanza Aprendizaje. Además, participa en los programas de Doctorado y Maestría en Ciencias de la Computación, todos acreditados por la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI). Tiene los reconocimientos de Senior Member del *Institute of Electrical and Electronics Engineers* (IEEE) y de la *Association for Computing Machinery* (ACM). Es miembro asociado del Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE). Sus áreas de investigación son: calidad y acreditación en la educación no presencial e innovación educativa mediante tecnología; inteligencia artificial.

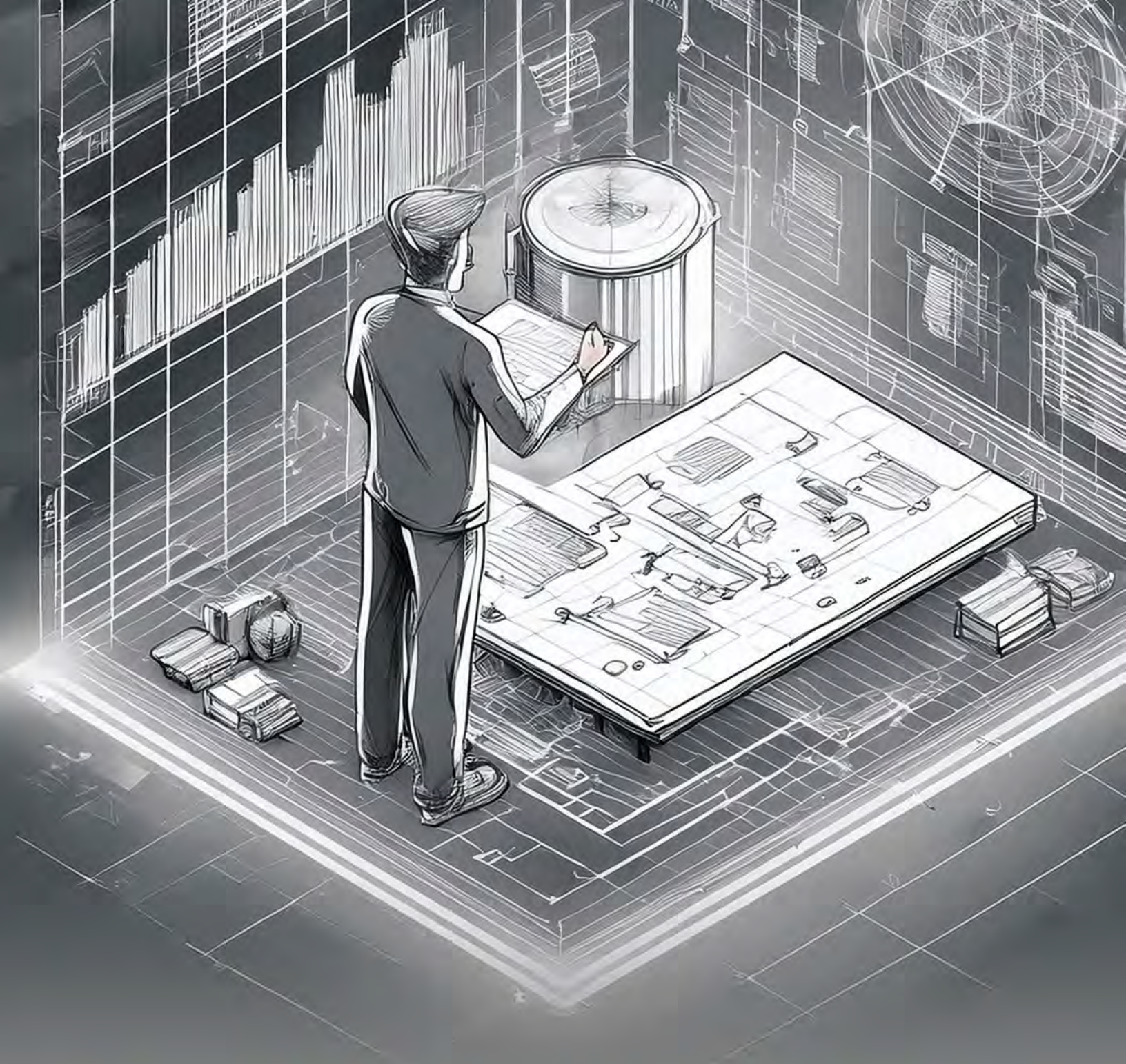


José Alberto Rodríguez Morales

ORCID: 0000-0002-4532-9665

jose.alberto.rodriguez@uaq.mx

Posdoctorado en Ciencias en Sustentabilidad en la Universidad Politécnica de Valencia. España. Posdoctorado en Ciencias de la Ingeniería en la Facultad de ingeniería en la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ), México. Doctor en Ingeniería Civil, Ordenación del Territorio y Medio Ambiente por la Universidad Politécnica de Madrid, España. Doctor en Ciencias en ingeniería ambiental por revalidación de estudios ante la Secretaría de Educación Pública de México. Maestría en Ciencias en Ingeniería por la UAQ. Maestría en Ciencias en Ingeniería Ambiental por revalidación de estudios ante la Secretaría de Educación Pública de México. Licenciado Químico en Alimentos por la UAQ. Profesor investigador de tiempo completo categoría VII por la Facultad de Ingeniería de la UAQ. Miembro del Sistema Nacional de Investigadoras e Investigadores (SNI) Nivel I. Perfil PRODEP. Certificado para Capacitador Externo con el número ROMA700109-GY3-005 para impartir formación, capacitación y/o adiestramiento en tratamiento de aguas residuales. Áreas de competencia: estadística, sustentabilidad, tratamiento de aguas residuales por medios biológicos anaerobio y aeróbico, tratamiento de residuos y producción de biogás, tratamiento de aguas residuales por medios fisicoquímicos, tratamiento de aguas para su potabilización. Autor de varios artículos y capítulos de libros indizados y varios artículos en revistas arbitradas. Dirección de tesis en licenciatura, maestría y doctorado, así como trabajos de investigación de posdoctorado. Profesor en Licenciatura de ingeniería Nanotecnología, Biomédica, Civil y en la Facultad de Química en la Maestría en Ciencias y tecnología Ambiental en la UAQ. Desde hace 16 años, consultor de varias empresas.



MODELO DE ENSEÑANZA DE ESTADÍSTICA EN INGENIERÍA APLICANDO TECNOLOGÍA EDUCATIVA

ISBN: 978-970-96534-6-5



9 789709 653465

Trans
digital
editorial